Die Struktur der Wirkungsquerschnitte von (p,2p)-Reaktionen an leichten Kernen

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Freien Universität Berlin

Fachbereich Physik

vorgelegt von

U w e W i l l e

aus Posen

- Mai 1971 -

1. Gutachter: Prof. Dr. J. Eichler

2. Gutachter: Prof. Dr. R. Lipperheide

Tag der mündlichen Prüfung: 25. Mai 1971

Tag der Promotion:

Die Struktur der Wirkungsquerschnitte von (p,2p)-Reaktionen an leichten Kernen

I N A U G U R A L D I S S E R T A T I O N

zur Erlangung der Doktorwürde

der

Freien Universität Berlin
Fachbereich Physik

vorgelegt von

U w e W i l l e

aus Posen

- Mai 1971 -

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41548901_0018

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Zusammenfassung	1
1. Einleitung	3
2. Allgemeine Bemerkungen zu Proton-Knockout-Reaktionen	5
2.1. Experimentelle Situation	6
2.2. Analyse auf der Basis des Schalenmodells	8
3. Der (p,2p)-Wirkungsquerschnitt	12
3.1. Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes durch die Spektralfunktion des Targetkernes	12
3.2. Berechnung der Spektralfunktion mit Hilfe der Vielkörpertheorie	17
3.3. Störungstheoretische Näherung für den Massenoperator	20
4. Die allgemeine Struktur von Massenoperator und Spektralfunktion	25
4.1. Die Polstruktur des Massenoperators	25
4.2. Die Resonanzstruktur der Spektralfunktion	28
4.3. Spektroskopische Faktoren und Schwerpunktsenergien	32
5. Die konkrete Berechnung von Massenoperator und Spektralfunktion	36
5.1. Vereinfachende Annahmen	37
5.2. Berechnung des Massenoperators in Schalenmodelldarstellung	38
5.3. Behandlung des Kontinuums im Massenoperator	43
5.4. Lösung der Dyson-Gleichung und Berechnung der Spektralfunktion in Impulsdarstellung	46
6. Diskussion der phänomenologischen Parameter	47
6.1. Einteilchenpotentiale	47
6.2. Zweikörperwechselwirkung	49

Seite

7. Ergebnisse der Rechnungen 53

7.1. Die Reaktion $^{12}C(p,2p)^{11}B$ 53

7.1.1. Diskussion des Massenoperators 53

7.1.2. Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt 54

7.1.3. Spektroskopische Faktoren und Schwerpunktsenergien 56

7.2. Die Reaktion $^{16}O(p,2p)^{15}N$ 57

7.2.1. Diskussion des Massenoperators 57

7.2.2. Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt 58

7.2.3. Spektroskopische Faktoren und Schwerpunktsenergien 59

7.3. Kritik der Ergebnisse 60

8. Zusammenfassende Diskussion 62

Anhang

I. Vollständiger Ausdruck für die Spektralfunktion 65

II. Vollständiger Ausdruck für den (p,2p)-Wirkungsquerschnitt in PWIA 68

III. Matrixelemente der Zweikörperwechselwirkung in jj-Kopplung 70

IV. Vollständiger Ausdruck für den Massenoperator in Schalenmodelldarstellung 71

Tabellen 73

Abbildungen 80

Literaturverzeichnis 92

Zusammenfassung

Der Einfluß von Restwechselwirkung und Teilchenkontinuum auf die Struktur der Wirkungsquerschnitte von (p,2p)-Reaktionen an leichten Kernen wird im Rahmen von konkreten Rechnungen für ^{12}C und ^{16}O untersucht.

Die Grundlage der Rechnungen bildet eine kürzlich von Gross und Lipperheide[1] vorgeschlagene Formulierung der Theorie direkter Knockout- und Pickup-Reaktionen, deren wesentlicher Unterschied gegenüber anderen Formulierungen in einer Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes durch die("avancierte") Spektralfunktion des Targetkerns besteht. Die Berechnung der Spektralfunktion wird mit Hilfe allgemeiner Methoden der Vielkörpertheorie auf die Berechnung des Massenoperators zurückgeführt, der seinerseits in störungstheoretischer Näherung ausgewertet werden kann. Die Struktur der Wirkungsquerschnitte ist im wesentlichen durch die Lage der Pole und Einteilchenresonanzen im Massenoperator bestimmt.

Die allgemeine Struktur von Massenoperator und Spektralfunktion wird im Rahmen der Störungstheorie untersucht. Der zur konkreten Berechnung von Wirkungsquerschnitten notwendige Formalismus wird ausgearbeitet und diskutiert. Außerdem untersuchen wir die Möglichkeit, aus den Rechnungen "spektroskopische Faktoren" für gebundene Zustände und Resonanzen im Kontinuum des Restkerns sowie Schwerpunktsenergien von Einteilchenzuständen zu extrahieren.

Unter Verwendung phänomenologischer Einteilchenpotentiale und einer Zweikörperwechselwirkung mit Reichweite Null läßt sich der Massenoperator in zweiter Ordnung berechnen, wenn man die Kontinuum-Kontinuum-Wechselwirkung vernachlässigt. Bei der Auswertung der Wirkungsquerschnitte werden die Protonen in Eingangs- und Ausgangskanal durch ebene Wellen beschrieben.

Die Rechnungen, die unter diesen Annahmen für ^{12}C und ^{16}O durchgeführt wurden, zeigen erhebliche Abweichungen von den nach dem reinen Schalenmodell zu erwartenden Ergebnissen. Die Einteilchenstärke ist über eine große Anzahl von gebundenen Zuständen und Resonanzen verteilt, wobei die Breite der Resonanzen klein ist gegenüber den (bei schlechter Energieauflösung) experimentell beobachteten Breiten. Für die einzelnen Resonanzen werden spektroskopische Faktoren bestimmt, und die spektroskopischen Schwerpunktsenergien der Einteilchenzustände werden abgeschätzt. Die Schwerpunkte liegen im allgemeinen bei kleineren Separationsenergien als die ungestörten Einteilchenzustände.

Einleitung

Seit längerer Zeit werden (p,2p)-Reaktionen und die dazu analogen (e,e'p)-Reaktionen vornehmlich mit der Absicht untersucht, aus den beobachteten Wirkungsquerschnitten unmittelbar Informationen über die Schalenstruktur der Atomkerne zu gewinnen. Der Leitgedanke bei diesen Untersuchungen ist die Vorstellung, daß ein hochenergetisches Proton (Elektron) mit großer Wahrscheinlichkeit nur einmal innerhalb des beschossenen Kerns mit einem anderen Proton zusammenstößt und beide dann ohne weitere Wechselwirkung mit den restlichen Nukleonen den Kern verlassen. In diesem einfachen Bild der "quasifreien" pp-Streuung (ep-Streuung) spielt der Restkern lediglich die Rolle eines "Zuschauers" und sorgt für den Ausgleich von Energie- und Impulsbilanz.

Befindet sich das herausgeschlagene Proton in einem Schalenmodellniveau mit der Bindungsenergie E_b, so sollte der Wirkungsquerschnitt als Funktion der Separationsenergie S nur an den Stellen $S = E_b$ diskrete Resonanzen aufweisen. Experimente an leichten Kernen zeigen, daß für Bindungsenergien in der Nähe der Fermienergie in vielen Fällen eine Zuordnung zwischen Schalenmodellniveaus und Resonanzen im Wirkungsquerschnitt gemacht werden kann. Dabei ist wesentlich, daß sich aus der Form der Winkelkorrelation der emittierten Protonen Rückschlüsse ziehen lassen auf den Bahndrehimpuls des Schalenmodellniveaus, aus dem ein Proton herausgeschlagen wurde.

Diese direkte Evidenz für die Schalenstruktur leichter Kerne führte dazu, daß die Ergebnisse quasifreier (p,2p)- und (e,e'p)-Streuung im allgemeinen auf der Grundlage des Schalenmodells für gebundene Zustände in seinen verschiedenen Versionen analysiert wurden. Dabei wurden insbesondere auch die bei hohen Anregungsenergien des Restkerns liegenden Protonen-Lochzustände untersucht, die im Schalenmodell der Herausnahme eines Nukleons aus einer Schale weit unterhalb der Fermikante entsprechen.

Die Interpretation der (p,2p)- und (e,e'p)-Experimente allein auf der Basis des Schalenmodells kann nur als ein erster Schritt in Richtung auf eine realistische Beschreibung direkter Knockout-Reaktionen verstanden werden. Ein verbesserter Ansatz für die Behandlung solcher Prozesse muß grundsätzlich zwei Umstände berücksichtigen: 1) die Korrelationen, die in jedem Kern aufgrund der Zweikörper-Restwechselwirkung vorhanden sind, führen zu einer Aufspaltung der Einteilchenstärke eines in nullter Näherung ungestörten Schalenmodellzustandes über viele "wahre" Zustände des Kerns; 2) das Spektrum des Restkerns bei Anregungsenergien oberhalb der ersten Teilchenschwelle ist kontinuierlich, so daß die Wirkungsquerschnitte der (p,2p)- und (e,e'p)-Reaktionen bei diesen Energien statt scharfer "peaks" Resonanzen mit endlicher Breite aufweisen müssen, die die Lebensdauer der Restkernzustände widerspiegeln.

Eine "mikroskopische" Theorie direkter Knockout-Reaktionen, die eine explizite Berücksichtigung von Restwechselwirkung und Kontinuum erlaubt, ist kürzlich von Gross und Lipperheide[1] formuliert worden. Inhalt der vorliegenden Arbeit ist die konkrete Berechnung von Wirkungsquerschnitten für (p,2p)-Reaktionen auf der Grundlage dieser Theorie. Dabei kann kein quantitativer Vergleich mit experimentellen Daten angestrebt werden; diese sind gegenwärtig noch zu ungenau und häufig widersprüchlich. Dazu kommt, daß unsere Rechnungen viele Effekte, die bei Knockout-Reaktionen wesentlich sein sollten, nur unvollständig oder gar nicht berücksichtigen können; wir können daher nicht behaupten, im eigentlichen Sinne "realistische" Rechnungen durchgeführt zu haben. Wir glauben jedoch, daß sich aus unseren Ergebnissen jedenfalls qualitative Aussagen über die Struktur von Protonen-Lochzuständen und über die Verteilung von Einteilchenstärken in leichten Kernen gewinnen lassen.

Im zweiten Abschnitt dieser Arbeit geben wir einen kurzen Überblick über die experimentelle Situation und die bisher

üblichen Methoden zur Analyse von quasifreien Knockout-Prozessen. Der allgemeine Formalismus, auf dem unsere Rechnungen basieren, wird im dritten Abschnitt zusammengestellt und diskutiert.

Im vierten Abschnitt werden die Struktur von Massenoperator und Spektralfunktion, die eine zentrale Rolle bei der Berechnung von Wirkungsquerschnitten spielen, im Rahmen der störungstheoretischen Näherung qualitativ untersucht. Im Zusammenhang damit zeigen wir, daß sich aus unseren Rechnungen in einem eingeschränkten Sinn "spektroskopische Faktoren" für die gebundenen Zustände und Resonanzen des Restkerns bestimmen und Schwerpunktsenergien von Einteilchenzuständen ermitteln lassen.

Der fünfte Abschnitt handelt von der detaillierten Berechnung aller in die Wirkungsquerschnitte eingehenden Größen. Die Wahl von Einteilchenpotentialen und Zweikörperwechselwirkung wird im sechsten Abschnitt besprochen.
Schließlich werden im siebenten Abschnitt die Ergebnisse der Rechnungen für die Kerne ^{12}C und ^{16}O zusammengestellt und diskutiert.
Auf mögliche Verbesserungen und Verallgemeinerungen dieser Rechnungen wird im achten und letzten Abschnitt hingewiesen. Der Anhang enthält eine Zusammenstellung von Formeln, die für die numerischen Rechnungen benötigt werden.

Allgemeine Bemerkungen zu Proton-Knockout-Reaktionen

In diesem Abschnitt soll an einige Punkte erinnert werden, die im Zusammenhang mit Messungen direkter Knockout- und Pickup-Prozesse und der Interpretation der Ergebnisse dieser Messungen wesentlich sind. Systematische Zusammenstellungen von Resultaten aus (p,2p)- und (e,e'p)-Messungen sowie Diskussionen der bei der Analyse auftretenden Probleme finden sich in den Arbeiten von Jacob und Maris[2] sowie

Berggren und Tyrén[3]. Die Arbeit von Riou und Ruhla[4] enthält eine Zusammenfassung von neueren (p,2p)-Daten. Neuere Ergebnisse aus (e,e'p)-Experimenten sind in der Arbeit von Amaldi[5] zusammengefaßt. Die (d,^{3}He)-Pickup-Reaktionen werden von Wagner[6] ausführlich mit den analogen Knockout-Reaktionen verglichen, wobei insbesondere der Zusammenhang zwischen den experimentellen Separationsenergien und den "wahren" Einteilchenenergien untersucht wird.

2.1. Experimentelle Situation

(p,2p)-Experimente sind bisher vornehmlich bei kinetischen Energien des einlaufenden Protons im Bereich von 150 bis 460 MeV durchgeführt worden. Der Grund dafür, daß so hohe Einschußenergien verwendet werden, liegt darin, daß der Mechanismus der Reaktion bei diesen Energien von dem einfachen Prozeß der quasifreien pp-Streuung dominiert werden sollte. In diesem Fall kann man hoffen, daß die Stoßnäherung mit ebenen (PWIA = Plane Wave Impulse Approximation) bzw. distordierten (DWIA = Distorted Wave Impulse Approximation) Wellen für die Teilchen in Eingangs- und Ausgangskanal eine gute Näherung für eine theoretische Beschreibung der Reaktion darstellt. Andererseits ist bei Verwendung hochenergetischer Protonen die Energieauflösung schlecht ($\Delta E > 2$ MeV); bedenkt man, daß obendrein in einem (p,2p)-Koinzidenzexperiment die Wirkungsquerschnitte im allgemeinen sehr klein sind, so versteht man, daß sich aus (p,2p)-Experimenten gegenwärtig nur im beschränktem Maße Informationen z.B. über die Schalenstruktur der Kerne und über die absolute Größe von Einteilchenenergien gewinnen lassen.

Die Protonenspektren ("binding energy spectra") von (p,2p)-Reaktionen an leichten und mittelschweren Kernen weisen in der Regel bei kleinen Anregungsenergien des Restkerns eine oder zwei isolierte Resonanzen auf, die sich mittels der beobachteten Winkelverteilungen in den meisten Fällen den Schalenmodellniveaus in der Nähe der Fermikante zuordnen lassen. Die Breite dieser Resonanzen ist durch die experimentelle Energieauflösung bestimmt. Oberhalb der isolierten Maxima

zeigen die (p,2p)-Wirkungsquerschnitte keine weitere ausgeprägte Struktur; meistens beobachtet man bei größeren Separationsenergien ein verwaschenes Maximum von 10 bis 20 MeV Breite, dessen Schwerpunkt etwa bei der nach dem groben Schalenmodell zu erwartenden Bindungsenergie der tiefsten Schale liegt.

Die (e,e'p)-Reaktion mit hochenergetischen Elektronen, die zunächst aus denselben Gründen wie die (p,2p)-Reaktion für eine Untersuchung der inneren Schalen in Frage kommt, ist im Moment wegen der schlechten Energieauflösung ($\Delta E > 5$ MeV) noch weniger zu quantitativen Untersuchungen geeignet. Die großen Separationsenergien von 1s-Zuständen, die in einigen Fällen aus (e,e'p)-Messungen extrahiert wurden, konnten durch neuere (p,2p)-Messungen nicht bestätigt werden (vgl. Ref. 6), so daß man insgesamt starke Zweifel haben muß, ob beim gegenwärtigen Stand der experimentellen Technik überhaupt schon detaillierte Aussagen über die Struktur der tieferen Schalen möglich sind.

(d,^{3}He)-Pickup-Reaktionen, die vor allem bei Energien von 34, 52 und 80 MeV an leichten und mittelschweren Kernen ausführlich untersucht wurden (vgl. Ref. 6), haben gegenüber (p,2p)- und (e,e'p)-Reaktionen den großen Vorteil, daß die Energieauflösung gut ist ($\Delta E \leq 300$ keV). Für Übergänge zu tiefliegenden Zuständen des Restkerns liefern die DWBA-Analysen der Winkelverteilungen im allgemeinen eindeutige Zuordnungen für den Bahndrehimpuls des übertragenen Protons, so daß eine verfeinerte theoretische Interpretation in diesem Energiebereich eine solide Grundlage hat.

Die Schwierigkeiten, die gegenwärtig bei der Untersuchung von Protonen-Lochzuständen bei großen Separationsenergien auftreten, sollten sich in erster Linie durch eine Verbesserung von Zählstatistik und Energieauflösung bei (p,2p)-Messungen überwinden lassen. Die beobachteten Protonenspektren dürften dann eine sehr viel komplexere Struktur zeigen und hoffentlich eine ähnlich detaillierte spektroskopi-

sche Analyse wie z.B. die niederenergetischen (d,^{3}He)-Messungen ermöglichen.

2.2. Analyse auf der Basis des Schalenmodells

Die Wirkungsquerschnitte direkter Knockout-Reaktionen sind bislang vornehmlich mit dem Ziel analysiert worden, unmittelbar Informationen über die im Schalenmodell relevanten Größen, nämlich Bindungsenergien und Wellenfunktionen von Einteilchenzuständen, zu erhalten. Die übliche theoretische Formulierung ist so angelegt, daß diese Größen explizit in den Wirkungsquerschnitt eingehen.

Ausgehend von der allgemeinen Streutheorie gelangt man mit den üblichen Annahmen der Impulsnäherung in PWIA zu einem Ausdruck für den A(p,2p)B-Wirkungsquerschnitt, der schematisch so geschrieben werden kann (vgl. die Notation in Abb. 1):

$$\frac{d^6\sigma}{dE_0'\,d\Omega_0'\,dE_1'\,d\Omega_1'} = F_{kin} \sum_{if} |M_{pp}|^2 \times \tag{2.1}$$

$$\times \left| g_{B,A}(\vec{p}_1) \right|^2 \delta(E_0' + E_1' + E_B - E_0 - E_A$$

(für formale Einzelheiten siehe Ref. 2, S. 126 f.). Die Größe F_{kin} ist ein kinematischer Faktor, und das Symbol $\sum_{if}$ bedeutet Mittelung über unpolarisierte Anfangszustände und Summation über unbeobachtete Endzustände. Allgemein wird dabei angenommen, daß die Reaktion zu einem wohldefinierten Zustand des Restkerns B mit der Energie E_B führt. Das Matrixelement M_{pp} ist zunächst ein "half-off-shell" - Matrixelement für die Streuung zweier Protonen, wird jedoch üblicherweise durch ein "on-shell" - Matrixelement approximiert, so daß man den (p,2p)-Wirkungsquerschnitt durch den experimentell bestimmten Wirkungsquerschnitt für freie pp-Streuung parametrisieren kann.

Diese Näherung sollte bei hohen Einschußenergien keine großen Fehler verursachen (vgl. die Diskussion in Ref. 7). Die spezielle Struktur der an der Reaktion beteiligten Zustände von Target- und Restkern ist in der Größe $g_{B,A}(\vec{p}_1)$ enthalten, die in PWIA bis auf konstante Faktoren gegeben ist durch

$$(2.2)\quad g_{B,A}(\vec{p}_1) = \int \alpha(1\ldots A)\, e^{i\vec{p}_1\cdot\vec{r}_1/\hbar}\, \varphi_B(2\ldots A) \times \varphi_A(1\ldots A).$$

Der Impuls $\vec{p}_1$ ist der (negative) Impulsübertrag auf den Restkern:

$$(2.3)\quad \vec{p}_1 = \vec{p}_0' + \vec{p}_1' - \vec{p}_0 = -\vec{p}_B \quad (\vec{p}_A = 0).$$

Die Funktionen $\varphi_A(1\ldots A)$ bzw. $\varphi_B(2\ldots A)$ sind die Grundzustandswellenfunktionen des A-Nukleonen-Targetkerns (Energie E_A) bzw. die Wellenfunktion des Restkerns B(Energie E_B). Damit läßt sich $g_{B,A}(\vec{p}_1)$ interpretieren als Amplitude dafür, im Grundzustand des Targetkerns ein Proton mit wohldefiniertem Impuls $\vec{p}_1$ und die übrigen A-1 Nukleonen im Zustand $|B\rangle$ mit der Energie E_B vorzufinden.

Im reinen Schalenmodell, wo das herausgeschlagene Proton nicht über Zweikörperkräfte mit den übrigen Nukleonen im Kern wechselwirkt, ist der Impuls $\vec{p}_1$ gerade der Impuls, den dieses Proton vor dem Stoß mit dem einlaufenden Proton hat. Das Überlappintegral (2.2) reduziert sich dann offentlich auf die Impulsraumwellenfunktion des Einteilchenzustandes $|\nu\rangle$, den das Proton 1 besetzt:

$$(2.4)\quad g_{B,A}(\vec{p}_1) \sim g_\nu(\vec{p}_1) \equiv \langle \vec{p}_1 | \nu \rangle.$$

Setzt man das Schalenmodell als exakt gültig voraus, so sollten die Wirkungsquerschnitte scharfe Maxima bei den Ener-

gien ε_ν der Schalenmodellzustände $|\nu\rangle$ aufweisen. Die Wellenfunktion eines Zustandes $|\nu\rangle$ erhält man durch Variation der Winkel, unter denen die Protonen emittiert werden, und damit des Impulsübertrages $\vec{p}_1$. In einem koplanaren symmetrischen Experiment erwartet man Winkelkorrelationen, die bei $\theta' \lesssim 45^\circ$ (entsprechend $\vec{p}_1 = 0$) ein Maximum bzw. Minimum aufweisen, je nachdem, ob der Bahndrehimpuls des Zustandes $|\nu\rangle$ gleich Null oder ungleich Null ist.

Das allgemeine Bild, das das Schalenmodell für die (p,2p)-Wirkungsquerschnitte liefert, bleibt erhalten, wenn man statt ebener Wellen zur Beschreibung der ein- und auslaufenden Protonen (PWIA) in einem optischen Potential distordierte Wellen (DWIA) benutzt. Die Berechnung des Überlappintegrals (2.2) resultiert dann in einer "distordierten" Impulsverteilung, die häufig besser mit den gemessenen Winkelkorrelationen übereinstimmt als die "plane-wave"-Verteilungen. Grundsätzlich hat die Einführung von optischen Potentialen den Effekt, daß die berechneten Wirkungsquerschnitte insgesamt kleiner werden, ohne daß die Form der Winkelverteilungen sich wesentlich ändert (vgl. Ref. 2).

Die meisten der bisher ausgeführten Analysen von (p,2p)-Reaktionen sind vom reinen Schalenmodell mit einem unendlich hohen Oszillatorpotential ausgegangen und haben Wechselwirkungen der Protonen in Eingangs- und Ausgangskanal mit Target- und Restkern durch Einführung distordierter Wellen in WKB-Näherung berücksichtigt. Darüberhinaus sind einige Versuche gemacht worden, das Überlappintegral (2.2) unter allgemeineren Voraussetzungen als denen des Schalenmodells zu berechnen. Dietrich[8] hat für leichte Kerne Wellenfunktionen des intermediären Kopplungsschemas benutzt und damit die relativen Intensitäten von einigen Übergängen zu niedrigliegenden Restkernzuständen bestimmt. Berggren[9,10] geht von einem Überlappintegral in der Ortsdarstellung aus und nimmt für dessen Radialabhängigkeit einen phänomenologischen Formfaktor an, der asymptotisch das korrekte Verhalten für einen

endlichen Potentialtopf hat. Die endlichen Breiten der Restkernzustände werden in einer Kernmaterie-Rechnung von Köhler[11] berücksichtigt. Dabei werden die in (p,2p)-Experimenten (bei schlechter Statistik und Energieauflösung) beobachteten Breiten von 1s-Lochzuständen als natürliche Breiten dieser Zustände betrachtet und durch Anpassung des 1s-Lochimpulses in Kernmaterie für eine Reihe von Kernen reproduziert. In demselben Sinne "erklären" Herscovitz, Jacob und Maris[12,13] die Breiten durch Einführung eines komplexen "Lochpotentials", in dem das in der (p,2p)-Reaktion erzeugte Protonenloch absorbiert wird. Es scheint allerdings, daß damit lediglich eine Parametrisierung der beobachteten Breiten (die wenig mit den natürlichen Breiten zu tun haben dürften) erreicht wird, ohne daß ein besseres Verständnis des dynamischen Ursprungs der Breiten erzielt werden kann.

Offenbar ist es notwendig, in einer verbesserten Beschreibung direkter Knockout-Prozesse den Einfluß der Restwechselwirkung und des Kontinuums explizit im Rahmen einer "mikroskopischen" Theorie zu berücksichtigen. Ein möglicher Weg dahin wäre die Benutzung von Vielteilchen-Wellenfunktionen, die auf der Basis einer dynamischen Kernreaktionstheorie unter Einschluß des Kontinuums berechnet worden sind, bei der Auswertung von (2.2); z.B. könnte die Schalenmodelltheorie der Kernreaktionen, wie sie etwa von Weidenmüller[14] formuliert worden ist, zum Ausgangspunkt einer realistischen Berechnung der Restkernwellenfunktionen gemacht werden.

In der Formulierung des (p,2p)-Wirkungsquerschnittes von Gross und Lipperheide[1] wird der Umgang mit komplizierten Vielteilchen-Wellenfunktionen von vornherein vermieden. Die Spektralfunktion des Targetkerns, die an die Stelle des Überlappintegrals (2.2) tritt, kann in einer Einteilchenbasis mit Hilfe der Störungstheorie im Prinzip beliebig genau berechnet werden; auf der anderen Seite lassen sich die wesentlichen Effekte schon in einfachen Näherungen be-

schreiben. Wir glauben daher, daß diese Formulierung gegenwärtig am besten geeignet ist, um Proton-Knockout-Prozesse realistischer zu beschreiben und die Struktur von Protonen-Lochzuständen zu untersuchen.

3. Der (p,2p)-Wirkungsquerschnitt

In diesem Abschnitt soll der allgemeine Formalismus, der unseren Rechnungen zugrundeliegt, systematisch entwickelt und erläutert werden. Wir beschränken uns dabei auf die Punkte, die für das Verständnis der konkreten Rechnungen und die Diskussion der Ergebnisse wesentlich sind; für weitere Einzelheiten vgl. die Arbeit von Gross und Lipperheide[1].

3.1. Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes durch die Spektralfunktion des Targetkernes

Der exakte Ausdruck für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der Reaktion A(p,2p)B lautet

$$(3.1)\quad d^6\sigma = \frac{2\pi}{\hbar}\,\frac{1}{j_0}\sum_{if}\sum_{B}|M|^2\,\delta(W_1 - W_A^0 + W_B)\times \times \frac{d^3\vec{p}_0'\,d^3\vec{p}_1'}{(2\pi\hbar)^6},$$

wobei der Rückstoß des Targetkerns vernachlässigt ist. M ist das exakte Übergangsmatrixelement zwischen dem Anfangszustand A + p und dem Endzustand B + 2p, und die Symbole $\sum_B$ und $\sum_{if}$ bedeuten Summation über die diskreten und Integration über die kontinuierlichen Quantenzahlen des Restkerns B bzw. Mittelung über alle magnetischen Quantenzahlen im Anfangszustand und Summation über die Magnetquantenzahlen der beiden auslaufenden Protonen im Endzustand. Der einlaufende Strom ist gegeben durch

$$(3.2)\qquad j_0 = \frac{p_0 c^2}{E_0}$$

die Größen E_0, E_0' und E_1' sind die relativistischen Gesamt-

energien der ein- und auslaufenden Protonen, W_1 bezeichnet die negative Separationsenergie (= Q-Wert):

$$W_1 = E'_o + E'_1 - E_o - mc^2 \quad (m = \text{Protonenmasse}). \tag{3.3}$$

W_A^o bzw. W_B sind die negativen Bindungsenergien von Targetkern und Restkern, und für die Impulsbeträge schreiben wir $p_i := |\vec{p}_i|$.

Das Übergangsmatrixelement M kann in PWIA und DWIA bequem mit Hilfe des Graphenmethode von Shapiro[16] abgeleitet werden. Dem Polgraphen in Abb. 2 ist das PWIA-Matrixelement

$$M = - \frac{M_{A,B\vec{p}_1} \; M^{+}_{\vec{p}'_o \vec{p}'_1, \vec{p}_o \vec{p}_1}}{W_A^o - W_B - \vec{p}_1^{\,2}/2m} \tag{3.4}$$

zugeordnet; dabei hat der Impuls $\vec{p}_1$ die in Gl. (2.3) definierte Bedeutung. Spin- und Isospinquantenzahlen haben wir zunächst unterdrückt, um die Notation übersichtlich zu halten. Die Amplitude $M_{A,B\vec{p}_1}$, die den Aufbruch des Targetkerns A in den Restkern B und ein virtuelles Proton mit Energie W_1 und Impuls $\vec{p}_1$ beschreibt (linker Vertex in Abb. 2), ist gegeben durch

$$M_{A,B\vec{p}_1} = (W_A^o - W_B - \vec{p}_1^{\,2}/2m) \langle B | a(\vec{p}_1) | A \rangle . \tag{3.5}$$

Die Zustände $|A\rangle$ und $|B\rangle$ sind auf Eins normiert, und der Operator $a(\vec{p})$, der ein Proton mit dem Impuls $\vec{p}$ vernichtet, ist normiert durch die Beziehung

$$[a(\vec{p}), a^{+}(\vec{p}')]_{+} = (2\pi\hbar)^3 \, \delta^3(\vec{p} - \vec{p}') \tag{3.6}$$

(in Gl. (2.5) von Ref. 1 fehlt auf der rechten Seite der Faktor $(2\pi\hbar)^3$; mit Einschluß dieses Faktors ist die Nor-

mierung von $a(\vec{p})$ konsistent mit der Normierung $1 \cdot e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar}$ für die Impulseigenfunktionen, die in unserer Formel (3.1) für den Wirkungsquerschnitt implizit vorausgesetzt ist.)

Die Amplitude $M_{\vec{p}_0'\vec{p}_1', \vec{p}_0\vec{p}_1}$ ist ein "half-off-shell"-Matrixelement der pp-Streumatrix (rechter Vertex in Abb. 2) im Schwerpunktsystem der kollidierenden Protonen:

$$(3.7) \qquad M_{\vec{p}_0'\vec{p}_1', \vec{p}_0\vec{p}_1} = \langle \vec{p}' \mid T_\varepsilon \mid \vec{p} \rangle ,$$

wobei $\vec{p}$ und $\vec{p}'$ die Relativimpulse in Anfangs- und Endzustand sind:

$$(3.8) \qquad \vec{p} = \frac{1}{2} (\vec{p}_1 - \vec{p}_0) ,$$

$$\vec{p}' = \frac{1}{2} (\vec{p}_1' - \vec{p}_0') ;$$

die kinetische Energie der Relativbewegung ist gegeben durch

$$(3.9) \qquad \varepsilon = \frac{\vec{p}'^{\,2}}{m} + \frac{\vec{p}^{\,2}}{m} ,$$

wobei die Ungleichung ausdrückt, daß das Proton 1 mit endlicher Bindungsenergie im Kern A gebunden ist.

Aus (3.4) und (3.5) erhalten wir für das gesamte Übergangsmatrixelement den Ausdruck

$$(3.10) \qquad M = - \langle B \mid a(\vec{p}_1) \mid A \rangle \, M^{+}_{\vec{p}_0'\vec{p}_1', \vec{p}_0\vec{p}_1} .$$

Man sieht daraus, daß in PWIA die Amplitude für den Gesamtprozeß sich kombiniert aus der Amplitude dafür, daß der Kern A in einen Restkern B und ein (virtuelles) Proton mit dem kinematisch "passenden" Impuls $\vec{p}_1$ zerfällt, und der Amplitude für die Streuung des einlaufenden Protons an dem Proton 1 in den Endzustand mit Impulsen $\vec{p}_0'$ und $\vec{p}_1'$.

Wenn wir das Matrixelement M aus (3.10) in (3.1) einsetzen und die Summation über die diskreten und kontinuierlichen Endkernzustände $|B\rangle$ mit Hilfe der Vollständigkeitsrelation

$$(3.11) \qquad \sum_B |B\rangle\langle B| = 1$$

ausführen, erhalten wir für den differentiellen Wirkungsquerschnitt, bezogen auf Energie und Raumwinkel der auslaufenden Protonen,

$$(3.12) \qquad \frac{d^6\sigma}{dE_0' d\Omega_0' dE_1' d\Omega_1'} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^6} \frac{E_0 E_0' E_1' p_0' p_1'}{\hbar p_0 c^6} \times$$

$$\times \sum_{if} |M_{\vec{p}_0'\vec{p}_1', \vec{p}_0\vec{p}_1}|^2 \langle A | a^+(\vec{p}_1)\, \delta(W_1 + H - W_A^0)\, a(\vec{p}_1) | A\rangle$$

(H = Hamiltonoperator des Gesamtsystems).

Führen wir die <u>avancierte</u> Spektralfunktion $S^a(\vec{p};W)$ für ein A-Teilchen-System allgemein ein durch

$$(3.13) \qquad S^a(\vec{p}; W) = \langle A | a^+(\vec{p})\, \delta(W + H - W_A^0)\, a(\vec{p}) | A \rangle$$

(wir nennen die Funktion S^a "avancierte" Spektralfunktion, da sie unmittelbar mit der avancierten Greenfunktion G^a zusammenhängt; siehe Abschnitt 3.2);
so läßt sich der (p ,2p)-Wirkungsquerschnitt schreiben in der Form

$$(3.14) \qquad \frac{d^6\sigma}{dE_0' d\Omega_0' dE_1' d\Omega_1'} = \frac{2\pi}{(2\pi\hbar)^6} \frac{E_0 E_0' E_1' p_0' p_1'}{\hbar p_0 c^6} \times$$

$$\times \sum_{if} |M_{\vec{p}_0'\vec{p}_1', \vec{p}_0\vec{p}_1}|^2 \; S^a(\vec{p}_1; W_1).$$

Bezüglich der Interpretation der Spektralfunktion und der Verallgemeinerung von Gl. (3.14) durch Einführung von optischen Potentialen in Eingangs- und Ausgangskanal (DWIA) verweisen wir auf Ref. 1.

Die Wirkungsquerschnitte für (e,e'p)- und (d,^{3}He)-Reaktionen lassen sich, wenn man den durch den Graphen in Abb. 2 beschriebenen direkten Mechanismus annimmt, in derselben Weise ableiten; in Gl. (3.14) ist dann nur statt des pp-Matrixelementes das "off-shell"-ep-Matrixelement bzw. der ^{3}He-Formfaktor einzusetzen. Die Lochstruktur des Restkernes wird in allen Fällen durch ein- und dieselbe Spektralfunktion beschrieben. Die Ergebnisse unserer Rechnungen, soweit sie nur die Spektralfunktion betreffen, sind daher repräsentativ für alle Reaktionen, bei denen in einem direkten Einstufenprozeß ein Proton aus dem Targetkern herausgenommen wird. Eine unterschiedliche Struktur in den Wirkungsquerschnitten für die einzelnen Reaktionstypen kann nur noch durch eine verschiedene Energie- und Winkelabhängigkeit am "leichten" Vertex zustandekommen. Wir haben uns für eine Berechnung von absoluten (p,2p)-Wirkungsquerschnitten entschieden, da einerseits bei diesem Reaktionstyp auch für große Separationsenergien (wenn auch rohe) experimentelle Daten vorliegen und auf der anderen Seite in der Rechnung die Behandlung des "leichten" Vertex am wenigsten Schwierigkeiten bereitet.

Die Parametrisierung des Wirkungsquerschnittes durch die Spektralfunktion des Targetkernes, wie sie durch Gl. (3.14) gegeben ist, bildet den Ausgangspunkt für alle weiteren Diskussionen und die konkreten Rechnungen.

Um den Zusammenhang mit der üblichen Formulierung des (p,2p)-Wirkungsquerschnittes herzustellen, vergleichen wir Gl. (3.14) mit Gl. (2.1). Der Wirkungsquerschnitt in (2.1) ist auf den Übergang zu einem wohldefinierten Restkernzustand B mit der Energie E_B bezogen, während in (3.14) die Summation über die diskreten Quantenzahlen und die Integration über das kontinuierliche Spektrum von B bereits ausge-

führt ist. Für ausschließlich diskrete Zustände des Restkerns gilt, wie man sofort sieht, bis auf konstante Faktoren die Beziehung

$$(3.15)\quad S^a(\vec{p}_1, W_1) = \sum_B |g_{B,A}(\vec{p}_1)|^2\, \delta(W_1 + W_B - W_A^0).$$

Die Einführung der Spektralfunktion in den Wirkungsquerschnitt bedeutet also eine echte Verallgemeinerung der bisherigen Formulierungen, da das Kontinuum des Restkerns mit einbezogen wird, ohne daß die Restkernzustände $|B\rangle$ noch explizit in den Wirkungsquerschnitt eingehen.

Im nächsten Unterabschnitt fassen wir das allgemeine Konzept zusammen, nach dem die Spektralfunktion und damit die Wirkungsquerschnitte aus der Vielkörpertheorie berechnet werden können.

Die vollständigen Ausdrücke für die Spektralfunktion und den (p,2p)-Wirkungsquerschnitt in PWIA sind in den Anhängen I und II zusammengestellt.

2. Berechnung der Spektralfunktion mit Hilfe der Vielkörpertheorie

Die Spektralfunktion $S^a(\vec{p};W)$ in der Definition (3.13) ist das Diagonalelement der Spektralmatrix

$$(3.16)\quad S^a(\vec{p},\vec{p}\,';W) := \langle A|\, a^+(\vec{p}\,')\, \delta(W + H - W_A^0)\, a(\vec{p})\,|A\rangle.$$

Offensichtlich hängt $S^a(\vec{p},\vec{p}\,';W)$ mit der Energie-Impulsdarstellung der (in der Energievariablen z analytisch fortgesetzten) avancierten Greenfunktion $G^a(\vec{p},\vec{p}\,';z)$, die durch

$$(3.17)\quad G^a(\vec{p},\vec{p}\,';z) := \langle A|\, a^+(\vec{p}\,')\, \frac{1}{z + H - W_A^0}\, a(\vec{p})\,|A\rangle$$

definiert ist (vgl. z.B. Ref. 19), folgendermaßen zusammen:

$$(3.18)\quad S^a(\vec{p},\vec{p}';W) = \frac{1}{2\pi i}\left\{G^a(\vec{p},\vec{p}';W-i\eta) - G^a(\vec{p},\vec{p}';W+i\eta)\right\} \qquad \eta \to 0^+.$$

Durch Einschieben eines vollständigen Systems von diskreten und kontinuierlichen (A-1)-Teilchen-Zwischenzuständen rechts und links vom Propagator $(z+H-W_A^o)^{-1}$ in Gl. (3.17) sieht man sofort, daß die Pole der Funktion G^a an den Stellen $W_A^o-W_i$ liegen, wobei W_i die Energien der gebundenen Zustände des (A-1)-Teilchen-Systems sind. Bei Energien oberhalb der ersten Teilchenschwelle W_s wird das Restkernspektrum kontinuierlich, und die avancierte Greenfunktion weist einen Verzweigungsschnitt ("linker Schnitt") von $W = W_A^o-W_s$ nach $W = -\infty$ auf. Dieser Sachverhalt ist für die Targetkerne ^{12}C und ^{16}O in den Abbildungen 3 und 4 anschaulich dargestellt.

Die Spektralmatrix $S^a(\vec{p},\vec{p}';W)$ besitzt demnach nur an den Polen und längs des Schnittes von G^a von Null verschiedene Werte, die durch die Residuen von G^a bzw. durch den Sprung in G^a beim Überschreiten des Schnittes gemäß Gl. (3.18) vorgeschrieben sind.

Um die Spektralmatrix mit störungstheoretischen Methoden zu berechnen, ist es notwendig, auf die volle Greenfunktion $G(\vec{p},\vec{p}';z)$ zurückzugehen, die durch

$$(3.19)\quad G(\vec{p},\vec{p}';z) = G^a(\vec{p},\vec{p}';z) + G^r(\vec{p},\vec{p}';z)$$

definiert ist; dabei ist die <u>avancierte</u> Greenfunktion G^a durch (3.17) und die <u>retardierte</u> Greenfunktion G^r durch

$$(3.20)\quad G^r(\vec{p},\vec{p}';z) = \langle A \,|\, a(\vec{p})\, \frac{1}{z-H+W_A^o}\, a^+(\vec{p}') \,|\, A\rangle$$

gegeben. $G(\vec{p},\vec{p}';z)$ ist nichts anderes als die (analytisch fortgesetzte) Energie-Impulsdarstellung des vollen (zeitgeordneten) Raum-Zeit-Propagators $G(\vec{r},\vec{r}';\tau)$ für ein statio-

näres A-Teilchen-System:

$$G(\vec{r},\vec{r}';t,t') \equiv G(\vec{r},\vec{r}';\tau)$$

(3.21)
$$= -i\langle A|T\{\psi(\vec{r},\tau)\psi^{+}(\vec{r}',\sigma)\}|A\rangle$$

(vgl. Ref. 18, 19).

Die Operatoren $\psi^{+}(\vec{r},t)$ und $\psi(\vec{r},t)$, die zur Zeit t ein Teilchen am Ort $\vec{r}$ erzeugen bzw. vernichten, sind im Heisenberg-Bild definiert:

(3.22) $$\psi^{+}(\vec{r},t) = e^{iHt}\,\psi^{+}(\vec{r},\sigma)\,e^{-iHt},$$

(3.23) $$[\psi(\vec{r},\sigma),\psi^{+}(\vec{r}',\sigma)]_{+} = \delta^{3}(\vec{r}-\vec{r}');$$

das Symbol T bezeichnet den Wick'schen Zeitordnungsoperator, und die Zeitvariable ist $\tau = t - t'$.

Die volle Greenfunktion G genügt der Dyson'schen Integralgleichung

(3.24) $$G = G_{o} + G_{o}\,M\,G$$

(vgl. Ref. 17, 18, 19), wobei M der Selbstenergieoperator (Massenoperator) ist, der die Effekte der Zweikörperwechselwirkungen in dem betrachteten System enthält, und G_{o} die Greenfunktion des wechselwirkungsfreien Systems (nur Einteilchenpotentiale).

Wir gehen nun auf Gl. (3.19) zurück, um den Zusammenhang zwischen der vollen Greenfunktion G und der avancierten Spektralmatrix ρ^{a} herzustellen.

Die Singularitäten der retardierten Greenfunktion G^{r} sind durch die Anregungsenergien des (A+1)-Teilchen-Systems bestimmt; die Pole von G^{r} liegen bei den Anregungsenergien der gebundenen Zustände, und der rechte Schnitt beginnt bei der ersten Teilchenschwelle im Kern A+1 (vgl. Abb. 3 und 4). Betrachtet man die Bindungsenergien realer Kerne, so zeigt es sich, daß in den meisten Fällen (Ausnahme z.B. $|A\rangle = |^{15}N\rangle$)

die Bereiche, in denen die Pole von G^a und G^r liegen, disjunkt sind. Dies gilt insbesondere für die beiden von uns näher untersuchten Targetkerne ^{12}C und ^{16}O (vgl. Abb. 3 und 4). Die retardierte Greenfunktion G^r ist analytisch für Energien $W<W^o_{A+1}-W^o_A$ und liefert daher in diesem Energiebereich keinen Beitrag, wenn die Spektralmatrix $S^a(\vec{p},\vec{p}';W)$ nicht nach Gl. (3.18), sondern mit der vollen Greenfunktion G aus der Beziehung

$$S^a(\vec{p},\vec{p}';W) = \frac{1}{2\pi i}\left\{G(\vec{p},\vec{p}';W-i\eta) - G(\vec{p},\vec{p}';W+i\eta)\right\} \qquad (3.25)$$

$$(W < W^o_{A+1} - W^o_A\,;\ \eta \to 0^+)$$

berechnet wird.

Damit sind wir zu folgendem allgemeinen Konzept für die Berechnung von (p,2p)-Wirkungsquerschnitten gelangt:

1. Vorgabe einer Zweikörperwechselwirkung und Berechnung des Massenoperators in störungstheoretischer Näherung;
2. Lösung der Dyson-Gleichung (3.24) nach der vollen Greenfunktion;
3. Berechnung der Spektralfunktion aus Gl. (3.25);
4. Bestimmung der Wirkungsquerschnitte aus Gl. (3.14).

Den ersten Punkt dieses Konzepts, die Bestimmung des Massenoperators durch Störungsentwicklung nach Potenzen der Restwechselwirkung, diskutieren wir im nächsten Unterabschnitt.

3.3. Störungstheoretische Näherung für den Massenoperator

Unser Ziel ist es, den Massenoperator näherungsweise so zu berechnen, daß unsere Resultate eine echte Verallgemeinerung bisheriger Ergebnisse darstellen; andererseits wollen wir ein Rechenschema entwickeln, das noch eine physikalische Interpretation der Ergebnisse zuläßt und keinen übermäßigen Aufwand bei konkreten Rechnungen verlangt. Damit werden wir zwangsläufig dazu geführt, von einer Schalenmodelldarstellung mit endlichem Potentialtopf auszugehen. Einerseits gelangen

wir dann in nullter Näherung zur üblichen Interpretation des (p,2p)-Wirkungsquerschnittes zurück; auf der anderen Seite können wir durch die Einführung eines endlichen Schalenmodellpotentials in natürlicher Weise Kontinuumseffekte mit einschließen und den Zerfall der Protonenlochzustände beschreiben.

Wir gehen aus von einem vollständigen Satz von diskreten und kontinuierlichen Eigenzuständen $|\nu\rangle$ (Energie ε_ν) eines Schalenmodell-Hamiltonoperators h_o mit endlichem Potential v_o, so daß gilt:

$$h_o|\nu\rangle \equiv (t + v_o)|\nu\rangle = \varepsilon_\nu|\nu\rangle ; \tag{3.26}$$

t ist der Operator der kinetischen Energie eines Teilchens, und der Index ν bezeichnet einen vollständigen Satz von Einteilchenquantenzahlen, die im fünften Abschnitt zusammen mit den Randbedingungen für die Kontinuumsfunktionen näher spezifiziert werden.

Der gesamte Hamiltonoperator für das A-Nukleonen-System schreibt sich damit als

$$H = T + V = H_o + V_R \tag{3.27}$$

mit dem Schalenmodellanteil

$$H_o = \sum_{i=1}^{A} h_o(i) = \sum_{i=1}^{A} (t(i) + v_o(i))$$

und der Restwechselwirkung

$$V_R = \sum_{\substack{i,j=1 \\ i<j}}^{A} V_{ij} - \sum_{i=1}^{A} v_o(i) .$$

Wir können nun die Spektralmatrix S^a von der Impulsdarstellung auf die Schalenmodelldarstellung umschreiben:

$$S^a(\vec{p}, \vec{p}'; W) = \sum_{\nu\nu'} \varphi_\nu(\vec{p})\, \varphi^*_{\nu'}(\vec{p}')\, S^a_{\nu\nu'}(W) ; \tag{3.28}$$

dabei ist $\varphi_\nu(\vec{p}) \equiv \langle \vec{p} \,|\, \nu \rangle$ die Wellenfunktion des Zustandes $|\nu\rangle$ im Impulsraum. Analog zu Gl. (3.25) ergibt sich zwischen der Schalenmodell-Spektralmatrix und der vollen Greenfunktion in Schalenmodelldarstellung der Zusammenhang

$$S^a_{\nu\nu'}(W) = \frac{1}{2\pi i}\left\{G_{\nu\nu'}(W - i\eta) - G_{\nu\nu'}(W + i\eta)\right\} \qquad (3.29)$$

$$(W < W^\circ_{A+1} - W^\circ_A \,;\; \eta \to 0^+)$$

Die Dyson-Gleichung (3.24) lautet in Schalenmodelldarstellung

$$\sum_\mu \left\{(z - \varepsilon_\nu)\,\delta_{\nu\mu} - M_{\nu\mu}(z)\right\} G_{\mu\nu'}(z) = \delta_{\nu\nu'}, \qquad (3.30)$$

wobei das Symbol $\delta_{\nu\nu'}$ ein Kronecker-Symbol bzw. die Dirac'sche Deltafunktion bezeichnet, je nachdem, ob die Indizes diskret oder kontinuierlich sind.

Bis hierher haben wir bei der Berechnung der Spektralmatrix keinerlei Näherung gemacht. Das Problem der konkreten Berechnung von S^a ist abgewälzt auf die Bestimmung des Massenoperators $M_{\nu\nu'}(z)$. Da der Massenoperator alle durch die Zweikörperwechselwirkungen hervorgerufenen Korrelationen in komplizierter Weise enthält, ist seine exakte Berechnung für ein Vielteilchensystem nicht durchführbar. Die approximative Bestimmung von M geht aus von der Störungsentwicklung nach Potenzen der Restwechselwirkung. Wir werden später sehen, daß bereits die vollständige Berechnung des Terms zweiter Ordnung mit einigen Schwierigkeiten verbunden ist.

Die Beiträge zum Massenoperator in erster und zweiter Ordnung lassen sich durch die Graphen in Abb. 5 darstellen. Da der Effekt des Schalenmodellpotentials v_o bereits in der freien Greenfunktion G_o enthalten ist, müssen in den einzelnen Termen des Massenoperators die Beiträge von der Wechselwirkung mit v_o abgezogen werden. In Abb. 5 ist die Ankopplung an das externe Schalenmodellpotential durch eine punktierte Linie mit einem Kreuz an einem Ende dargestellt.

Der Term erster Ordnung kann als Differenz zwischen dem Hartree-Fock-Term $M^1_{\nu\nu'}(HF)$ und dem Beitrag $M^1_{\nu\nu'}(v_o)$ von der Wechselwirkung mit dem Potential v_o geschrieben werden. Die entsprechenden Graphen sind in Abb. 5a (direkter Term und Austauschterm) und Abb. 5b dargestellt. Der (energieunabhängige) Hartree-Fock-Term ist gegeben durch

$$M^1_{\nu\nu'}(HF) = \sum_{\substack{\alpha \\ \varepsilon_\alpha \le \varepsilon_F}} \langle \nu\alpha | \bar{V} | \nu'\alpha \rangle \tag{3.31}$$

wobei $\langle \nu\alpha | \bar{V} | \nu'\alpha \rangle$ das antisymmetrisierte Matrixelement der vollen Zweikörperwechselwirkung ist und ε_F die Fermienergie (vgl. Ref. 17). Die Beiträge von den Graphen 5a und 5b heben sich gegeneinander weg, wenn das Schalenmodellpotential v_o mit dem selbstkonsistenten (nichtlokalen) Hartree-Fock-Potential identisch ist. Wir nehmen diesen Fall an, so daß in erster Ordnung kein Beitrag zum Massenoperator kommt. Da wir später für v_o ein lokales Potential ansetzen, ist diese Annahme in unseren Rechnungen von vornherein nur näherungsweise erfüllt. Im Zusammenhang mit den konkreten Rechnungen für ^{12}C und ^{16}O werden wir noch untersuchen, wieweit das von uns gewählte Schalenmodellpotential mit der Zweikörperwechselwirkung im Sinne der Hartree-Fock-Theorie verträglich ist.

In zweiter Ordnung erhalten wir zum Massenoperator den (energieabhängigen) Beitrag

$$M^2_{\nu\nu'}(W) = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma} \langle \nu\gamma | \bar{V} | \alpha\beta \rangle \langle \alpha\beta | \bar{V} | \nu'\gamma \rangle \times \tag{3.32}$$

$$\times \left\{ \frac{n_\alpha n_\beta (1-n_\gamma)}{W + (\varepsilon_\gamma - i\eta) - (\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)} + \frac{(1-n_\alpha)(1-n_\beta) n_\gamma}{W + \varepsilon_\gamma - (\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta - i\eta)} \right\},$$

wobei $n_\lambda = 1(0)$, wenn λ einen Zustand unterhalb (oberhalb) der Fermikante indiziert (in folgenden werden wir Einteilchenzustände oberhalb der Fermikante als Teilchenzustände,

unterhalb der Fermikante als Lochzustände bezeichnen). Das bedeutet, daß die Ankopplung eines Teilchens (p) bzw. Loches (h) an alle 2p-1h- und 1p-2h-Zustände berücksichtigt wird. Das Auftreten von Teilchenindizes ν, ν' und 2p-1h-Zwischenzuständen ist natürlich eine Folge der Grundzustandskorrelationen im Targetkern. Der Massenoperator weist einen linken Schnitt in der komplexen Energieebene auf, der von den 1p-2h-Zwischenzuständen mit dem Teilchen γ im Kontinuum herrührt, und einen rechten Schnitt von den 2p-1h-Zwischenzuständen mit Teilchen α oder β im Kontinuum.

Die Graphen in Abb. 5c-5f stellen die Beiträge (nur direkte Terme) zu $M^2_{\nu\nu'}$ mit zwei Löchern und einem Teilchen im Zwischenzustand dar. In Abb. 5g ist ein Graph gezeichnet, dessen Beitrag zu $M^2_{\nu\nu'}$ sich gegen den Beitrag des Graphen in Abb. 5h weghebt, wenn v_o selbstkonsistent gewählt ist.

Der Zerfall eines in der (p,2p)-Reaktion erzeugten Restkernzustandes ist, wenn man im Massenoperator bis zur zweiten Ordnung geht, nur durch Emission eines Nukleons möglich (der 2p-1h-Term in M kann für $W < 0$, entsprechend positiver Separationsenergie, durch Anregungen mit zwei Teilchen im Kontinuum nur virtuell zum Zerfall beitragen, indem die Breite für den Einteilchen-Zerfall "renormiert" wird; vgl. Abschnitt 4). Alle Effekte, die bei größeren Anregungsenergien des Restkerns durch die Emission von komplexen Teilchen (d,t,α ins Spiel kommen, bleiben in unserem Modell grundsätzlich unberücksichtigt.

Der Ablauf des Zerfalls läßt sich folgendermaßen veranschaulichen: durch den Stoß des einlaufenden Protons wird aus dem Targetkern ein weiteres Proton herausgeschlagen, das mit einer endlichen Wahrscheinlichkeit über alle Schalenmodellzustände $|\nu\rangle$ "verteilt" ist; der erzeugte "Quasiteilchenzustand" hat nicht, wie ein reiner Schalenmodellzustand, eine unendlich lange Lebensdauer, sondern zerfällt, indem er über die Zweikörperwechselwirkung Teilchen-Loch-Paare und kompliziertere Konfigurationen mit Teilchen im Kontinuum anregt.

4. Die allgemeine Struktur von Massenoperator und Spektralfunktion

In diesem Abschnitt wollen wir die Struktur des Massenoperators, wie er durch Gl. (3.32) gegeben ist, genauer betrachten und den Einfluß dieser Struktur auf die detaillierte Form der Spektralfunktion und der Wirkungsquerschnitte untersuchen. Im Zusammenhang damit zeigen wir, daß sich aus unseren Rechnungen in einem eingeschränkten Sinn "spektroskopische Faktoren" für gebundene Zustände und Resonanzen im Restkern ermitteln lassen. Mit Hilfe dieser spektroskopischen Faktoren können Schwerpunktsenergien von Einteilchenzuständen berechnet werden.

4.1. Die Polstruktur des Massenoperators

Die Energieabhängigkeit des Massenoperators in der Form (3.32) wird dominiert durch Pole bei den Energien aller gebundenen 1p-2h- und 2p-1h-Konfigurationen, die an die Teilchen (Löcher) mit den Indizes ν, ν' ankoppeln, und durch Einteilchenresonanzen, die in den Kontinua dieser Zwischenzustände auftreten können (wir nehmen immer an, daß $M^2_{\nu\nu'}(W) \not\equiv 0$ ist; dafür ist bei einer sphärischen Einteilchenbasis und $J_A = 0$ notwendig, daß ν und ν' in allen Quantenzahlen außer der Radialquantenzahl n bzw. der Energie ε übereinstimmen; siehe Abschnitt 5.2 und Anhang I). Der für uns interessante Energiebereich ist durch $W < W^o_A - W^o_{A-1} \equiv \varepsilon_F < 0$ beschränkt, wobei ε_F die Protonen-Fermienergie im A-Nukleonen-Targetkern ist. Wir nehmen zunächst an, daß die Einteilchen-(Einloch)-Energien, die in die Berechnung von $M^2_{\nu\nu'}(W)$ eingehen, an die experimentell bestimmten Protonen- und Neutronenschwellen des A-Nukleonen-Kerns angepaßt sind (wir kommen weiter unten auf das Problem der "richtigen" Bestimmung von Teilchen- und Lochenergien zurück). Offensichtlich hat dann der zweite Term in der geschweiften Klammer von Gl. (3.32) in dem oben erwähnten Energiebereich keine Pole und liefert dort einen nur schwach energieabhängigen Beitrag zum Massenoperator. Wir können diesen Term daher in der folgenden (qualitativen)

Diskussion ganz ignorieren; in den konkreten Rechnungen haben wir ihn ebenfalls fortgelassen, da eine vollständige Behandlung von zwei Teilchen im Kontinuum in dem in dieser Arbeit gesteckten Rahmen praktisch nicht durchführbar ist. Allerdings wird es sich zeigen, daß unsere Ergebnisse bei kleinen Separationsenergien sehr empfindlich von der absoluten Größe des Massenoperators abhängen; in verbesserten Rechnungen sollte man daher jedenfalls versuchen, die Größe des 2p-1h-Terms für kleine Werte der Separationsenergie abzuschätzen.

Unter Vernachlässigung des 2p-1h-Terms schreiben wir den Massenoperator in zweiter Ordnung als

$$(4.1)\quad M^{2}_{\nu\nu'}(W) = \frac{1}{2}\left\{ \sum_{\substack{\underline{\alpha}\underline{\beta}\bar{\gamma} \\ \varepsilon_\gamma < \sigma}} \frac{\langle \nu\gamma|\bar{V}|\underline{\alpha}\underline{\beta}\rangle\langle\underline{\alpha}\underline{\beta}|\bar{V}|\nu'\gamma\rangle}{W + \varepsilon_\gamma - (\varepsilon_{\underline{\alpha}} + \varepsilon_{\underline{\beta}})} \right.$$

$$\left. + \sum_{\underline{\alpha}\underline{\beta}\bar{c}} \int_0^\infty d\varepsilon_\gamma\, \rho(\varepsilon_\gamma) \frac{\langle \nu\gamma|\bar{V}|\underline{\alpha}\underline{\beta}\rangle\langle\underline{\alpha}\underline{\beta}|\bar{V}|\nu'\gamma\rangle}{W + \varepsilon_\gamma - \varepsilon_\gamma - (\varepsilon_{\underline{\alpha}} + \varepsilon_{\underline{\beta}})} \right\};$$

unter- bzw. überstrichene Indizes bedeuten Zustände mit $\varepsilon \leq \varepsilon_F$ bzw. $\varepsilon > \varepsilon_F$, $\rho(\varepsilon_\gamma)$ ist die Dichte der Kontinuumszustände γ, und in dem Index c sind alle Quantenzahlen des vollständigen Satzes γ außer der Energie ε_γ zusammengefaßt. Im folgenden bezeichnen wir jeden Satz von Quantenzahlen $\underline{\alpha}$, $\underline{\beta}$, $\bar{c}$ als einen Kanal; einen 1p-2h-Zwischenzustand mit dem Teilchen γ in einem gebundenen Zustand nennen wir pauschal einen "gebundenen Zustand im Kontinuum" (Abkürzung: BSEC; vgl. Ref. 14), unabhängig davon, ob seine Energie oberhalb der ersten Teilchenschwelle im Restkern liegt oder nicht.

Die Struktur des Massenoperators (4.1) für einen speziellen Kern wird, wenn keine scharfen Einteilchenresonanzen in den Kontinua auftreten, durch die Anzahl der BSEC, die an gegebene Schalenmodellzustände ν, ν' ankoppeln, und ihre Lage relativ zueinander bestimmt. In leichten Kernen wie ^{12}C und ^{16}O ist die Zahl der BSEC, die an einen 1s- oder 1p-Lochzustand ankoppeln, von der Größenordnung 10. Wegen der geltenden Auswahlregeln für Drehimpuls und Parität liegen diese

BSEC in der Regel in Gruppen von je zwei bis fünf dicht zusammen (Abstand < 1 MeV) mit Abständen zwischen den Gruppen von 10-20 MeV (≈ Schalenabstand). Der gesamte Bereich, über den die Energien der BSEC verteilt sind, schwankt für die 1s- und 1p-Löcher in ^{12}C und ^{16}O zwischen 15 und 40 MeV.

Um den zweiten Term in der geschweiften Klammer von Gl. (4.1) zu diskutieren, zerlegen wir das Integral $I_{\alpha\beta c}(W)$ über ε_ν (für einen festen Kanal $\alpha, \beta, \bar{c}$) nach Real- und Imaginärteil (wir nehmen die Normierung der Kontinuumszustände $|\nu\rangle$ so an, daß gilt: $\varrho(\varepsilon_\nu) \equiv 1$; P = Hauptwert):

$$\text{(4.2)} \qquad \mathrm{Re}\, I_{\alpha\beta c}(W) = P\int_0^\infty d\varepsilon_\nu \frac{\langle \nu\nu|\bar{V}|\alpha\beta\rangle\langle\alpha\beta|\bar{V}|\nu'\nu\rangle}{\varepsilon_\nu - W_{\alpha\beta}},$$

$$\mathrm{Im}\, I_{\alpha\beta c}(W) = \pi \langle \nu\nu|\bar{V}|\alpha\beta\rangle\langle\alpha\beta|\bar{V}|\nu'\nu\rangle_{\varepsilon_\nu = W_{\alpha\beta}} \Theta(W_{\alpha\beta});$$

$$W_{\alpha\beta} := \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta - W.$$

Oberhalb der Schwelle $S^0_{\alpha\beta} \equiv -W^0_{\alpha\beta} := -(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta)$ (S ist die Separationsenergie: S = -W) gilt offensichtlich die Dispersionsrelation

$$\text{(4.3)} \qquad \mathrm{Re}\, I_{\alpha\beta c}(W) = \frac{P}{\pi}\int_0^\infty d\varepsilon \frac{\mathrm{Im}\, I_{\alpha\beta c}(\varepsilon)}{\varepsilon - W_{\alpha\beta}}.$$

Die Größen Re $I_{\alpha\beta c}$ und Im $I_{\alpha\beta c}$ hängen nur schwach von der Energie ab, wenn das Kontinuum ν keine scharfen Einteilchenresonanzen enthält. Einteilchenresonanzen in ν spiegeln sich in etwa gleich breiten Resonanzen in Im $I_{\alpha\beta c}$ wider. Entsprechend diesen Resonanzen treten in Re $I_{\alpha\beta c}$ an den Resonanzstellen mehr oder weniger ausgeprägte Oszillationen auf; dies ist unmittelbar eine Folge der Dispersionsrelation (4.3).

Die Energieabhängigkeit des Diagonalelementes $M^2_{\nu\nu}(S)$ ist qualitativ für den Fall eines Poles bei der Separationsenergie S_1 und einer Einteilchenresonanz bei S_2 in Abb. 6 darge-

stellt. (In Abb. 6 und den folgenden Abbildungen ist als Energievariable die Separationsenergie S benutzt, die bei einem Vergleich mit experimentellen Daten besser geeignet ist als die Variable W = -S).

Die oben definierte Schwelle $S^0_{\lambda\beta}$ ist die Schwelle im Kanal $\lambda, \beta, \bar{c}$ für die Emission eines Neutrons oder Protons mit den Quantenzahlen γ. Koppeln mehrere Kanäle an einen Zustand $|\nu\rangle$, so ist die Schwelle des Massenoperators für Neutronen- bzw. Protonenemission (S^0_n bzw. S^0_p) gegeben durch

$$(4.4) \qquad S^0_n = \min \left\{ S^0_{\lambda\beta} \mid \gamma = \text{Neutron} \right\},$$

$$S^0_p = \min \left\{ S^0_{\lambda\beta} \mid \gamma = \text{Proton} \right\}.$$

In einer realistischen Rechnung müssen diese Schwellen mit den experimentell bestimmten Schwellen für n- bzw. p-Emission im Restkern übereinstimmen. Dadurch ist man gezwungen, für die Schalenmodellenergien ε in der Nähe der Fermikante im allgemeinen andere Werte zu nehmen als die "naiven" Einteilchenenergien. Wir kommen auf diesen Punkt zurück, wenn wir die Bestimmung der Einteilchenenergien für ^{12}C und ^{16}O diskutieren.

4.2. Die Resonanzstruktur der Spektralfunktion

Die allgemeine Struktur der Spektralfunktion läßt sich bereits gut übersehen, wenn man annimmt, daß der Massenoperator in der Schalenmodelldarstellung diagonal ist, und nur diskrete Indizes ν zuläßt. Für die Spektralfunktion erhält man dann aus Gl.(3.28) bis (3.30) mit der Beziehung $G_{\nu\nu}(W+i\eta) = G^*_{\nu\nu}(W-i\eta)$

$$(4.5) \qquad S^a(\vec{p}; W) = \sum_\nu |\varphi_\nu(\vec{p})|^2 S^a_{\nu\nu}(W),$$

$$(4.5a) \qquad S^a_{\nu\nu}(W) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} G_{\nu\nu}(W-i\eta) = \sum_{\nu_i} z^b_{\nu_i} \delta(W - W^b_{\nu_i})$$

$$+ \frac{1}{\pi} \frac{\operatorname{Im} M_{\nu\nu}(W)\, \Theta(W_0 - W)}{(W - \varepsilon_\nu - \operatorname{Re} M_{\nu\nu}(W))^2 + \operatorname{Im}^2 M_{\nu\nu}}$$

Die Energien $W^b_{\nu_i}$ sind Lösungen der Gleichung

$$W - \varepsilon_\nu - M_{\nu\nu}(W) = 0 \tag{4.6}$$

im Bereich $W > W_o := \max\{-S^o_n, -S^o_p\}$, entsprechend gebundenen Zuständen des Restkerns. Wenn die Einteilchenenergien an die experimentellen Schwellen im Restkern angepaßt werden, ist $W_o \equiv W^o_A - W^o_{A-2}$. Nach oben sind die Lösungen $W^b_{\nu_i}$ im allgemeinen nicht durch $W_{oo} := W^o_A - W^o_{A-1}$ beschränkt; auch wenn die Einteilchenenergien an die experimentellen Teilchenschwellen im A-Nukleonen-Targetkern angepaßt werden, kann noch eine Lösung oberhalb von W_{oo} liegen.

Die Größen $z^b_{\nu_i}$ sind offensichtlich die Residuen der Greenfunktion $G_{\nu\nu}(W)$ an den Stellen $W^b_{\nu_i}$:

$$z^b_{\nu_i} = \left(1 - \frac{d}{dW} M_{\nu\nu}(W)\right)^{-1}\Big|_{W = W^b_{\nu_i}} \tag{4.7}$$

Die Lösungen von Gl. (4.6) lassen sich graphisch ermitteln, wenn man die Schnittpunkte der Geraden $f(W) = W - \varepsilon_\nu$ mit der Funktion $M_{\nu\nu}(W)$ aufsucht (siehe Abb. 6). Liegen oberhalb von W_o Λ_b BSEC, d.h. Λ_b Pole in $M^2_{\nu\nu}(W)$, so ergeben sich trivialerweise Λ_b+1 Schnittpunkte, die Λ_b+1 gebundenen Zuständen des Restkerns entsprechen (unter Umständen kann ein Schnittpunkt in das Gebiet $W < W_o$ fallen; er ist dann einer Resonanz von $S^a_{\nu\nu}(W)$ zugeordnet, siehe unten) und im berechneten Wirkungsquerschnitt eine gleiche Anzahl scharfer Maxima (δ-Funktionen) ergeben. Die "Stärke" der Maxima ist durch die Residuen $z^b_{\nu_i}$ bestimmt.

Um den Kontinuumsanteil der Spektralfunktion $S^a_{\nu\nu}(W)$ zu diskutieren, nehmen wir zunächst an, daß der Massenoperator keine scharfen Einteilchenresonanzen enthält. Dann ist Im $M^2_{\nu\nu}(W)$ nur schwach energieabhängig, und das Verhalten von Re $M^2_{\nu\nu}(W)$ ist durch die Lage der BSEC im Bereich $W < W_o$ (Anzahl Λ_r) bestimmt. Die Spektralfunktion $S^a_{\nu\nu}$ weist Maxima bei den Energien $W = W^r_{\nu_i}$ auf, die Lösungen der Gleichung

$$(4.8) \qquad W - \varepsilon_\nu - \mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W) = 0$$

sind. Entwicklung von Re $M_{\nu\nu}(W)$ um die Stellen $W^r_{\nu_i}$ bis zur ersten Ordnung liefert:

$$(4.9) \quad \mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W) \approx \mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W^r_{\nu_i}) + (W - W^r_{\nu_i}) \frac{d}{dW} \mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W)\Big|_{W=W}$$

Damit bekommt $S^a_{\nu\nu}(W)$ die Form

$$(4.10) \quad S^a_{\nu\nu}(W) \approx \sum_{i=1}^{\Lambda_\nu+1} z^r_{\nu_i} \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma_{\nu_i}/2}{(W - W^r_{\nu_i})^2 + \Gamma^2_{\nu_i}/4}$$

wobei $\Gamma_{\nu_i} = 2\ \mathrm{Im}\, M_{\nu\nu}(W^r_{\nu_i})\ z^r_{\nu_i}$ und

$$(4.11) \quad z^r_{\nu_i} = \left(1 - \frac{d}{dW} \mathrm{Re}\, M_{\nu\nu}(W)\right)^{-1}\Big|_{W=W^r_{\nu_i}}.$$

Die Spektralfunktion läßt sich also bei Energien, die dem Kontinuum des Restkerns entsprechen, näherungsweise als Überlagerung von Breit-Wigner-Resonanzen schreiben. Die Breiten dieser Resonanzen sind proportional zum Imaginärteil des Massenoperators und werden durch die Koeffizienten $z^r_{\nu_i}$ "renormiert". Das Energieintegral über eine isolierte Resonanz ist gleich $z^r_{\nu_i}$, so daß die Größen $z^r_{\nu_i}$ in demselben Sinne die Stärke der Resonanzen angeben, wie die Größen $z^b_{\nu_i}$ die Stärke der gebundenen Zustände. Im nächsten Unterabschnitt werden wir zeigen, daß die Summe aller $z^b_{\nu_i}$ und $z^r_{\nu_i}$ den Wert Eins hat.

Die einfache Form, die die Spektralfunktion in Gl. (4.10) aufweist, bleibt ungefähr erhalten, wenn im Massenoperator Einteilchenresonanzen auftreten. Die Situation, die dann vorliegt, kann man anhand von Abb. 6 verstehen. Eine hinreichend scharfe Resonanz gibt Anlaß zu drei Schnittpunkten der Funktion Re $M_{\nu\nu}(S)$ mit der Geraden $f(S) = -(S + \varepsilon_\nu)$. An der Stelle des mittleren Schnittpunktes (mit einem offenen

Kreis bezeichnet) liegt ungefähr das Resonanzmaximum von Im $M_{\nu\nu}(S)$, so daß die Spektralfunktion $S^a_{\nu\nu}(S)$, die proportional zu $1/\mathrm{Im}\, M_{\nu\nu}(S)$ ist, an dieser Stelle kein ausgeprägtes Maximum haben kann. Resonanzen von $S^a_{\nu\nu}(S)$ treten an den Schnittpunkten 2 und 3 auf, wo Im $M_{\nu\nu}(S)$ nur noch schwach mit der Energie variiert.

Wir können daher erwarten, daß die Spektralfunktion Λ_r+1 ausgeprägte Resonanzen aufweist, wenn der Massenoperator im Energiebereich $W < W_o$ Λ_r Pole und Einteilchenresonanzen hat (eine "Resonanz" kann dabei in das Gebiet $W > W_o$ fallen, entsprechend einem gebundenen Zustand; vgl. die Bemerkung bei der Betrachtung der gebundenen Zustände des Restkerns). Zwischen je zwei Polen (wir sprechen im folgenden nur von den Polen von M, da hinreichend scharfe Einteilchenresonanzen denselben Effekt auf die Struktur der Spektralfunktion wie Pole haben; siehe oben) von Re $M_{\nu\nu}(W)$ liegt eine Resonanz von $S^a_{\nu\nu}(W)$. Die Stärke $z^r_{\nu_i}$ dieser Resonanz ist wesentlich durch den Abstand der sie einschließenden Pole bestimmt: die Ableitung des Astes von Re $M_{\nu\nu}$ zwischen zwei Polen wächst mit abnehmendem Abstand der Pole und macht damit $z^r_{\nu_i}$ kleiner. Neben den Λ_r-1 Resonanzen in $S^a_{\nu\nu}$, die von jeweils zwei Polen eingeschlossen sind, treten zwei Resonanzen (von denen eine ein gebundener Zustand sein kann; siehe oben) auf, die links bzw. rechts vom Polspektrum von Re $M_{\nu\nu}$ liegen. In besonderen Fällen können diese beiden Resonanzen einen großen Teil der Einteilchenstärke des Zustandes $|\nu\rangle$ tragen; dieser Effekt ist formal vergleichbar mit dem Auftreten "kollektiver" Zustände im Rahmen der schematischen Modelle für Tamm-Dancoff- und RPA-Rechnungen (vgl. das Buch von Brown[20]). Bei der Interpretation unserer Rechnungen für ^{12}C und ^{16}O machen die "kollektiven" Lösungen von Gl. (4.6) und (4.8) einige Schwierigkeiten (s. Abschnitt 7).

Die vorangegangene Diskussion hat gezeigt, daß die Struktur der Spektralfunktion im wesentlichen durch die Polstruktur des Massenoperators bestimmt wird. Man kann daher bereits aus der Anzahl und Lage der BSEC, die an einen Schalenmodellzustand $|\nu\rangle$ koppeln, die Aufspaltung der Einteilchen-

stärke qualitativ ablesen. Die genaue Struktur der Spektralfunktion wird weiter noch durch die absolute Größe des Massenoperators und durch die Kopplung zwischen verschiedenen Zuständen $|\nu\rangle$, $|\nu'\rangle$ beeinflußt. Alles, was wir über den Verlauf der Spektralfunktion mit der Separationsenergie gesagt haben, gilt in der (p,2p)-Reaktion im wesentlichen auch für die Wirkungsquerschnitte, da die Energieabhängigkeit des "leichten" Vertex bei höheren Einschußenergien gering ist.

4.3. Spektroskopische Faktoren und Schwerpunktsenergien

Wir wollen nun die Bedeutung der in 4.2. eingeführten Größen $z^b_{\nu_i}$ und $z^r_{\nu_i}$ diskutieren und ihren Zusammenhang mit den üblichen "spektroskopischen Faktoren" untersuchen.

Zunächst betrachten wir die volle Schalenmodell-Spektralmatrix $S_{\nu\nu'}(W)$, die durch

$$(4.12)\quad S_{\nu\nu'}(W) = \langle A | a^+_{\nu'}\, \delta(W + H - W^\circ_A)\, a_\nu | A\rangle + \langle A | a_\nu\, \delta(W - H + W^\circ_A)\, a^+_{\nu'} | A\rangle \equiv S^a_{\nu\nu'}(W) + S^+_{\nu\nu'}(W) \quad (\nu, \nu' \text{ diskret})$$

definiert ist. Integration von $S_{\nu\nu'}(W)$ über W liefert die "Summenregel"

$$(4.13)\quad \int_{-\infty}^{+\infty} dW\, S_{\nu\nu'}(W) = \langle A | a^+_{\nu'} a_\nu + a_\nu a^+_{\nu'} | A\rangle = \delta_{\nu\nu'}.$$

Einschieben von diskreten und kontinuierlichen (A-1)- bzw. (A+1)-Teilchen-Zwischenzuständen in die letzte Gleichung ergibt

$$(4.14)\quad \sum_{(A-1)} \int \langle A | a^+_{\nu'} | A-1\rangle\langle A-1 | a_\nu | A\rangle + \sum_{(A+1)} \int \langle A | a_\nu | A+1\rangle\langle A+1 | a^+_{\nu'} | A\rangle = \delta_{\nu\nu'}$$

Für $\nu = \nu'$ und ausschließlich gebundene Zwischenzustände ist dies gerade die übliche, in der Analyse von Stripping- und Pickup-Reaktionen an einem A-Nukleonen-Targetkern benutzte Summenregel für die spektroskopischen Faktoren $\tilde{S}^{A+1}_\nu = |\langle A | a^+_\nu | A-$

bzw. $\tilde{S}_\nu^{A+1} = |\langle A|a_\nu|A+1\rangle|^2$:

$$(4.15)\qquad \sum_{(A-1)} \tilde{S}_\nu^{A-1} + \sum_{(A+1)} \tilde{S}_\nu^{A+1} = 1 .$$

Offensichtlich sind $\tilde{S}_\nu^{A-1}$ bzw. $\tilde{S}_\nu^{A+1}$ gleich den Residuen der avancierten Greenfunktion $G^a_{\nu\nu}(W)$ bzw. der retardierten Greenfunktion $G^r_{\nu\nu}(W)$ an den diskreten Anregungsenergien des (A-1)- bzw. (A+1)-Teilchen-Systems.

In die Berechnung der Wirkungsquerschnitte von (p,2p)-Reaktionen (und aller anderen Reaktionen, bei denen ein Teilchen aus einem A-Teilchen-System herausgenommen wird) in der Impulsnäherung geht nur die avancierte Spektralfunktion $S'^a_{\nu\nu}(W)$ ein. Durch die <u>exakte</u> Funktion $S'^a_{\nu\nu}(W)$ wird die Summenregel (4.13) im allgemeinen nur teilweise ausgeschöpft:

$$(4.16)\qquad \int_{-\infty}^{+\infty} dW\; S^a_{\nu\nu}(W) = \langle A|\, a^+_\nu a_\nu\, |A\rangle \leq 1 .$$

Die Größe $\langle A|a^+_\nu a_\nu|A\rangle$ ergibt, wenn noch über die magnetischen Unterzustände zur Energie ε_ν summiert wird, die mittlere Zahl von Teilchen in der Schale mit dem Index ν. Das Gleichheitszeichen in Gl. (4.16) gilt nur, wenn $|A\rangle$ ein reiner Schalenmodellzustand und $\varepsilon_\nu \leq \varepsilon_F$ ist.

Wir betrachten nun den Einfluß der Näherungen, die wir bei der Berechnung von $S'^a_{\nu\nu}(W)$ machen, auf die Relation (4.16).

Zunächst erinnern wir daran, daß wir die Spektralfunktion S^a in dem für uns interessanten Bereich $W < W_{oo}$ aus der vollen Greenfunktion $G_{\nu\nu}$ berechnen. Die Funktion $G_{\nu\nu}$ wiederum wird über die Dyson-Gleichung mit Hilfe des Massenoperators M bestimmt. Die Pole von M fallen, wenn man bis zur zweiten Ordnung der Störungstheorie geht und 2p-1h-Terme vernachlässigt, alle in das Gebiet $W < W_{oo}$ (vorausgesetzt, die Einteilchenenergien sind an die p-Schwelle im Targetkern angepaßt). Die Pole von $G_{\nu\nu}$ liegen im allgemeinen nicht alle unterhalb von W_{oo} (vgl. 4.2.); insbesondere liegt immer dann ein Pol von

$G_{\nu\nu}$ oberhalb dieser Energie, wenn ν ein Teilchen indiziert ($\varepsilon_\nu > \varepsilon_F$). Dieser Sachverhalt führt zu einer ernsthaften Schwierigkeit bei der Interpretation unserer Ergebnisse. Einerseits wissen wir, daß in einer exakten Rechnung alle Pole der Greenfunktion G oberhalb von W_{oo} Pole des retardierten Anteils G^r sind, der das Anregungsspektrum des (A+1)-Teilchen-Systems beschreibt; andererseits liefert die approximative Berechnung des (A-1)-Teilchen-Anregungsspektrums "gebundene Zustände" in dem Gebiet $W > W_{oo}$ (wir setzen immer voraus, daß die exakten Polspektren von G^a und G^r disjunkt sind; vgl. Abschnitt 3.2.).

Um eine Summenregel für die genäherte Spektralfunktion (die wir im folgenden mit $\bar{S}^a_{\nu\nu}$ bezeichnen) zu gewinnen, schreiben wir nun die volle Greenfunktion, wieder bei Vernachlässigung der 2p-1h-Terme in M, in Form der Spektraldarstellung

$$(4.17)\quad G_{\nu\nu}(z) = \sum_i \frac{z^b_{\nu_i}}{z - W^b_{\nu_i}} + \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{W_o} dW' \frac{G_{\nu\nu}(W'-i\eta) - G_{\nu\nu}(W'+i\eta)}{z - W'}$$

das Integral läuft dabei über den linken Schnitt von $-\infty$ bis $W_o = W^o_A - W^o_{A-2}$. Beachtet man, daß $G_{\nu\nu}(z)$ für $|z| \to +\infty$ wie $1/z$ geht (das ist direkt aus der Dyson-Gleichung zu sehen, da $M(z)$ für $|z| \to \infty$ in jeder Ordnung der Störungstheorie gegen eine Konstante geht bzw. verschwindet), so erhält man aus (4.17) sofort die Summenregel

$$(4.18)\quad \sum_i z^b_{\nu_i} + \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{W_o} dW' \left\{ G_{\nu\nu}(W'-i\eta) - G_{\nu\nu}(W'+i\eta) \right\}$$

$$= \sum_i z^b_{\nu_i} + \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{W_o} dW'\ \mathrm{Im}\, G_{\nu\nu}(W'-i\eta) = 1$$

Da wir $\bar{S}^a_{\nu\nu}(W)$ mit $\mathrm{Im}\, G_{\nu\nu}(W-i\eta)/\pi$ identifizieren, gelangen wir zu

$$(4.18a)\quad \sum_i z^b_{\nu_i} + \int_{-\infty}^{W_o} dW'\ \bar{S}^a_{\nu\nu}(W') = 1.$$

Machen wir für $\bar{S}^{a}_{\nu\nu}(W)$ die Breit-Wigner-Näherung (4.10), so ergibt sich

$$\sum_{\nu_k} z^{k}_{\nu_k} + \sum_{\nu_i} z^{+}_{\nu_i} \approx 1 \,. \tag{4.18b}$$

Die Summenregeln (4.18a) und (4.18b) sind mit der Beziehung (4.14) (für $\nu = \nu'$) zu vergleichen. Während (4.14) besagt, daß die Einteilchenstärke des Zustandes ν über alle exakten Eigenzustände der (A-1)- und (A+1)-Teilchen-Systeme verteilt ist, wird in unserer Rechnung die Stärke über das Kontinuum des (A-1)-Teilchen-Systems und die gebundenen Zustände, die den Polen der Greenfunktion $G_{\nu\nu}(W)$ an den Stellen $W=W^{b}_{\nu_i}$ entsprechen, verteilt. Die "spektroskopischen Faktoren" $z^{b}_{\nu_i}$ und $z^{r}_{\nu_i}$, die wir ausrechnen, sind daher immer nur als relative Stärken, bezogen auf ein Modellsystem, das durch einen Massenoperator in der Form (4.1) definiert ist, zu verstehen. Die gebundenen Zustände bei den Energien $W^{b}_{\nu_i}$ müssen wir als reine Modellzustände auffassen, die nicht mit den exakten Eigenzuständen des (A-1)-Teilchen-Systems in Zusammenhang gebracht werden können. Die wesentliche Information, die sich aus der Spektralfunktion $\bar{S}^{a}_{\nu\nu}(W)$ gewinnen läßt, scheint uns die relative Verteilung der Einteilchenstärke über das Kontinuum des Restkerns zu sein. Diese Verteilung ist weitgehend unabhängig von den Unsicherheiten, die in der Modellrechnung durch das Auftreten von gebundenen Zuständen oberhalb W_{oo} und durch eine starke Abhängigkeit der $z^{b}_{\nu_i}$ von der absoluten Größe des Massenoperators bei kleinen Separationsenergien entstehen.

Die Berücksichtigung der 2p-1h-Terme im Massenoperator führt zu einer der Gl. (4.18) analogen Summenregel, die noch die Beiträge der 2p-1h-Pole und des rechten Schnittes der Greenfunktion $G_{\nu\nu}$ enthält. Der wesentliche Effekt der 2p-1h-Terme auf die relative Verteilung der Einteilchenstärke über die Zustände im Energiebereich $W < W_{oo}$ sollte darin liegen, daß die Stärke der $z^{b}_{\nu_i}$ kleiner wird; wir erläutern dies genauer im Abschnitt 7 an den konkreten Beispielen ^{12}C und ^{16}O. Da wir nicht in der Lage sind, den 2p-1h-Term des Massenoperators (3.32), der über die Grundzustandskorrelationen im Targetkern hereinkommt, vollständig zu berechnen, sollten

wir konsequenterweise ebenfalls die Teilchenindizes an M unberücksichtigt lassen. Wir haben lediglich in Vergleichsrechnungen für ^{12}C am Beispiel des $1p_{1/2}$-Teilchenzustandes und für ^{16}O am Beispiel des 2s-Teilchenzustandes, der an den 1s-Lochzustand koppelt, untersucht, wieweit das Mitnehmen eines Teilchenindex die Spektralfunktion im Kontinuum des Restkerns beeinflußt. In einer verbesserten Rechnung müssen die Grundzustandskorrelationen in symmetrischer Weise behandelt werden (vollständige Berechnung von 2p-1h-Termen in M, Mitnahme von Teilchenzuständen $|\nu\rangle$).

Die Bestimmung der exakten Schwerpunktsenergien $\langle\varepsilon_\nu\rangle$ der Einteilchenzustände $|\nu\rangle$ im Sinne von Baranger[15] verlangt die Kenntnis der Energien $W_{A\pm1}$ und spektroskopischen Faktoren $\tilde{S}_\nu^{A\pm1}$ aller (exakten) Zustände der (A-1)- und (A+1)-Teilchen-Systeme:

$$\langle\varepsilon_\nu\rangle := \sum_{(A-1)} \tilde{S}_\nu^{A-1}\,(W_A^\circ - W_{A-1}) + \sum_{(A+1)} \tilde{S}_\nu^{A+1}\,(W_{A+1} - W_A^\circ). \tag{4.19}$$

Mit Hilfe der Spektralfunktion $\bar{S}_{\nu\nu}^{a}(W)$ können wir in eingeschränktem Sinn Schwerpunktsenergien $\bar{\varepsilon}_\nu$ berechnen:

$$\bar{\varepsilon}_\nu := \int_{-\infty}^{+\infty} dW\, \bar{S}_{\nu\nu}^{a}(W)\, W = \sum_i z_{\nu_i}^{b} W_{\nu_i}^{b} + \int_{-\infty}^{W_c} dW\, \bar{S}_{\nu\nu}^{a}(W)\, W \tag{4.20}$$

$$\approx \sum_i z_{\nu_i}^{b} W_{\nu_i}^{b} + \sum_i z_{\nu_i}^{r} W_{\nu_i}^{r}\,.$$

Obwohl die Energien $\bar{\varepsilon}_\nu$ zunächst nur im Rahmen des Modells, das durch den Massenoperator (4.1) definiert ist, eine Bedeutung haben, können wir durch Vergleich der vorausgesetzten Einteilchenenergien ε_ν mit den berechneten Größen $\bar{\varepsilon}_\nu$ in beschränktem Maße die Konsistenz des Modells testen.

5. Die konkrete Berechnung von Massenoperator und Spektralfunktion

Nachdem wir im dritten und vierten Abschnitt den allgemeinen Formalismus, auf dem unsere Rechnungen basieren, entwickelt

und die Struktur von Massenoperator und Spektralfunktion im Rahmen der Störungstheorie untersucht haben, wollen wir in diesem Abschnitt die konkrete Berechnung dieser Größen diskutieren.

5.1. Vereinfachende Annahmen

Um die Bestimmung von Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitten numerisch durchführen zu können, sind von vornherein einige einschränkende Annahmen notwendig, die wir nun kurz erläutern wollen.

Die Vernachlässigung von Wechselwirkungen der ein- und auslaufenden Protonen mit Target- und Restkern in der PWIA sollte sich nur in einer pauschalen Vergrößerung der berechneten Wirkungsquerschnitte (gegenüber den in DWIA berechneten; vgl. Abschnitt 2.2) auswirken. Da wir nicht an absoluten Wirkungsquerschnitten, sondern nur an den Charakteristika der gebundenen Zustände und Resonanzen im Restkern (Lage, Breite, spektroskopische Stärke) interessiert sind, bedeutet die PWIA für uns keine einschneidende Beschränkung. Wir bemerken nur noch, daß die Berücksichtigung distordierter Wellen im Eingangs- und Ausgangskanal numerisch schwer handhabbar ist (vgl. Ref. 1).

Bei der Bestimmung des Massenoperators müssen wir, abgesehen von der grundsätzlichen Einschränkung auf die zweite Ordnung der Störungstheorie und Vernachlässigung von Zwischenzuständen mit mehr als einem Teilchen im Kontinuum, zwei weitere Annahmen machen, die für praktische Rechnungen unumgänglich sind. Die erste Einschränkung besteht darin, daß wir das Hartree-Fock-Potential des Targetkerns als sphärisch-symmetrisch voraussetzen und durch ein sphärisches Schalenmodellpotential approximieren werden. Dies ist nötig, da wir keine praktikable Möglichkeit sehen, das Kontinuum eines deformierten (endlichen) Schalenmodellpotentials zu behandeln. Im Gegensatz zum sphärischen Potential, dessen Eigenfunktionen (für gebundene und Kontinuumszustände) zweckmäßigerweise mittels Partialwellenentwicklung berechnet werden, könnten wir bei einem deformierten (Nilsson-) Potential lediglich die gebundenen Zustände durch Diagonalisierung in einer sphärischen Basis

(etwa der Oszillatorbasis) ermitteln. Die direkte Integration der Einteilchen-Schrödingergleichung oder eine "coupled-channel"-Rechnung zur Bestimmung der Kontinuumsfunktionen erscheint selbst für einfache Fälle, wie etwa den eines axialsymmetrisch deformierten Potentials, in Anbetracht des schon bei einem sphärischen Potential nötigen Aufwandes nicht durchführbar.

Die Beschränkung auf sphärische Einteilchenpotentiale ist deshalb besonders einschneidend, weil bereits bei leichten Kernen (in der Mitte der 2s-1d-Schale) starke Deformationen beobachtet werden. Es läge nahe, speziell für diese Kerne den Einfluß der Deformation auf Anregungsfunktionen und Winkelverteilungen von Knockout- und Pickup-Reaktionen zu untersuchen.

Der zweite Punkt, der zu einer wesentlichen Vereinfachung zwingt, betrifft die Zweikörperkraft, die in der Berechnung des Massenoperators benutzt wird. Abgesehen von den grundsätzlichen Schwierigkeiten, die mit der Wahl einer vernünftigen effektiven Wechselwirkung für unser Problem zusammenhängen, sind wir gezwungen, eine Kraft zu nehmen, die ein einfaches und schnelles Ausrechnen von Matrixelementen gestattet. Die einzigen Wechselwirkungen, die dieser Forderung genügen, sind die δ-Kraft und die separable Multipolkraft. Da wir annehmen, daß das Hartree-Fock-Potential bereits den gemittelten Effekt der langreichweitigen Komponente der Zweikörperkraft enthält, erscheint die kurzreichweitige δ-Kraft am besten geeignet. Für leichte Kerne denken wir dabei immer an eine Volumenkraft; die an der Kernoberfläche konzentrierte "Surface Delta Interaction", die bei schweren Kernen mit gutem Erfolg als effektive Wechselwirkung verwendet worden ist, dürfte bei den uns interessierenden Massenzahlen kaum sinnvoll sein.

5.2. Berechnung des Massenoperators in Schalenmodelldarstellung

Für ein sphärisches Potential v_o sind die Eigenzustände $|\nu\rangle$ des Schalenmodell-Hamiltonoperators h_o, die als Basis für die Berechnung von Massenoperator und Spektralfunktion

dienen, durch den üblichen Satz von Quantenzahlen

$$\nu \equiv \{ n_\nu \; \ell_\nu \; j_\nu \; m_{j_\nu} \; m_{t_\nu} \}$$

für gebundene Zustände mit der Energie ε_ν bzw.

$$\nu \equiv \{ \varepsilon(k) \; \ell_\nu \; j_\nu \; m_{j_\nu} \; m_{t_\nu} \}$$

für Zustände im Kontinuum mit der Energie $\varepsilon = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (m = Nukleonenmasse) charakterisiert.

Das Potential $v_o(r)$ nehmen wir als eine Summe aus einem zentralen Woods-Saxon-Potential $v_{cent}(r)$, einem Spin-Bahn-Potential mit dem radialen Formfaktor $v_{so}(r)$ und einem Coulomb-Term $v_c(r)$ an:

$$(5.1) \quad v_o(r) = v_{cent}(r) + v_{so}(r)(\vec{\ell} \cdot \vec{\sigma}) + v_c(r);$$

$$(5.1a) \quad v_{cent}(r) = -V_c \, f(r),$$

$$f(r) = \left(1 + \exp \frac{r - R_o}{a}\right)^{-1} = \text{Woods-Saxon-Formfaktor}$$

$$R_o = r_o (A-1)^{1/3} \quad (A = \text{Massenzahl des Targetkerns})$$

$$(5.1b) \quad v_{so}(r) = V_{so} \left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 \frac{1}{r} \frac{df}{dr}$$

$$\left(\frac{\hbar}{m_\pi c} = \text{Pion-Comptonwellenlänge}\right);$$

$$(5.1c) \quad v_c(r) = \frac{1}{2}(1 - t_3) \begin{cases} \dfrac{(Z-1)e^2}{r}; & r \geq R_o \\ \dfrac{3}{2}\dfrac{(Z-1)e^2}{R_o}\left(1 - \dfrac{1}{3}\dfrac{r^2}{R_o^2}\right); & r \leq R_o \end{cases}$$

(Z = Ladungszahl des Targetkerns)

Die Parameter a, r_o, V_o und V_{so} können l- und m_t-abhängig sein. Die Eigenfunktionen des Operators h_o mit dem Poten-

tial (5.1) haben die übliche Form

$$(5.2)\quad \varphi_{n(\varepsilon)\ell j m_j m_t}(\vec{r};\, s,t) = R_{n(\varepsilon)\ell j m_t}(r)\; \mathcal{Y}_{\ell j}^{m_j}(\Omega_r;\, s)\; \chi_{1/2}^{m_t}$$

mit

$$\mathcal{Y}_{\ell j}^{m_j}(\Omega_r;\, s) = \sum_{m_\ell m_s} \left(\begin{matrix}\ell & 1/2 \\ m_\ell & m_s\end{matrix}\middle|\begin{matrix} j \\ m_j\end{matrix}\right) Y_\ell^{m_\ell}(\Omega_r)\; \chi_{1/2}^{m_s}.$$

Die Radialfunktionen berechnen wir für die gebundenen Zustände durch Diagonalisierung des Operators h_o in einer Basis von Eigenfunktionen des isotropen Oszillators mit der Frequenz $\hbar\omega = 41\, A^{-1/3}$ MeV:

$$(5.3)\quad R_{n\ell j m_t}(r) = \sum_N a_N^{n\ell j m_t}\, R_{N\ell}^{osc}(r)$$

$$= \sum_{n'} a_{n'}^{n\ell j m_t}\, R_{n'\ell}^{osc}(r)$$

$$(n' = \frac{N-1}{2}\ ;\ N = \text{Oszillator-Hauptquantenzahl});$$

$$(5.3a)\quad \int_0^\infty dr\, r^2\, R_{n\ell j m_t}(r)\, R_{n'\ell j m_t}(r) = \delta_{nn'}.$$

Die Entwicklung der Woods-Saxon-Eigenfunktionen nach Oszillatorfunktionen $R_{n'l}^{osc}(r)$ ist für uns vorteilhaft, da wir dann die Invarianz (bis auf eine Phase) der Oszillatorfunktionen bei Fourier-Transformation ausnutzen können, um die Impulsraumdarstellung von $R_{nljm_t}(r)$ einfacher zu berechnen; wir benötigen die Fourier-Transformierte von R_{nljm_t} zur Berechnung der vollständigen Spektralfunktion (siehe Anhang I).

Die reguläre Streufunktion $R_{\varepsilon ljm_t}(r)$ ($\varepsilon>0$) für das Potential (5.1) ist definiert als Lösung der radialen Schrödinger-Gleichung

$$(5.4)\quad \left\{\frac{d^2}{dr^2} + k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} v_o(r)\right\}(r\, R_{\varepsilon\ell j m_t}(r)) =$$

mit dem asymptotischen Verhalten

$$(5.5)\quad R_{\varepsilon l j m_t}(r) \underset{r\to\infty}{\sim} \left(\frac{2m}{\hbar^2 k\pi}\right)^{1/2} \frac{\sin(kr - \eta \ln 2kr - \pi l/2 + \delta_{l j m_t})}{r},$$

wobei $k = \left(\frac{2m\varepsilon}{\hbar^2}\right)^{1/2}$ die Wellenzahl zur Energie ε, $\eta = \frac{mZe^2}{\hbar^2 k}$ der Coulomb-Parameter ($\eta = 0$ für Neutronen) und $\delta_{l j m_t}$ die Streuphase des Potentials (5.1) ist. Der Normierungskoeffizient in (5.5) ist so gewählt, daß die Relation

$$(5.6)\quad \int_0^{+\infty} dr\, r^2\, R_{\varepsilon l j m_t}(r)\, R_{\varepsilon' l j m_t}(r) = \delta(\varepsilon - \varepsilon')$$

gilt. Das Verhalten der Funktionen $R_{\varepsilon l j m_t}(r)$ bei $r = 0$ ist durch

$$(5.7)\quad R_{\varepsilon l j m_t}(r) \underset{r\to 0}{\sim} \left(\frac{2m}{\pi\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{k^{l+1/2}}{(2l+1)!!\, f_{l j m_t}(k)}\, r^l$$

gegeben; dabei ist $f_{l j m_t}(k)$ die bei Newton (Ref. 22, Gl. (12.142)) definierte Jostfunktion, die aus einer bei $r = 0$ regulären Lösung $\varphi_{\varepsilon l j m_t}(r)$ von Gl. (5.4) mit

$$(5.8)\quad \varphi_{\varepsilon l j m_t}(r) \underset{r\to 0}{\sim} r^{l+1}$$

und der (bei $r = 0$ irregulären) Lösung $f^{(+)}_{\varepsilon l j m_t}(r)$ mit dem asymptotischen Verhalten

$$(5.8a)\quad f^{(+)}_{\varepsilon l j m_t}(r) \underset{r\to\infty}{\sim} e^{i(kr - \eta \ln 2kr)}$$

berechnet werden kann:

$$(5.9)\quad f_{l j m_t}(k) := \frac{k^l \cdot e^{-i\pi l/2}\, W(f^{(+)}_{\varepsilon l j m_t}, \varphi_{\varepsilon l j m_t})}{(2l+1)!!}$$

($W(f,\varphi) \equiv f\varphi' - f'\varphi$ = Wronski-Determinante der Funktionen f und φ).

Wir berechnen die Funktionen $R_{\varepsilon l j m_t}(r)$, indem wir zunächst die Gleichung (5.4) mit der Anfangsbedingung $\varphi_{\varepsilon l j m_t}(r_o) = r_o^{l+1}$, $\varphi'_{\varepsilon l j m_t}(r_o) = (l+1)\, r_o^{l}$ ($r_o = 0.1$ f) durch Runge-Kutta-Integration von innen nach außen bis zur Stelle $r_1 = 12.0$ f lösen. Die Jostfunktion $f_{l j m_t}(k)$ wird dann durch Auswerten von Gl. (5.9) für $r = r_1$ bestimmt, wobei die Funktionen $f^{(+)}_{\varepsilon l j m_t}(r_1)$ für Neutronen ($m_t = +1/2$) aus

$$(5.10) \qquad f^{(+)}_{\varepsilon l j, +1/2}(r_1) = e^{i\pi(l+1)/2}\, k r_1\, h_l^{(1)}(k r_1)$$

und für Protonen ($m_t = -1/2$) aus

$$(5.11) \qquad f^{(+)}_{\varepsilon l j, -1/2}(r_1) = e^{i(\pi l/2 - \sigma_l)}\,(G_l(k, r_1) + i F_l(k, r_1))$$

berechnet werden; $h_l^{(1)}$ ist die sphärische Hankelfunktion erster Art, σ_l ist die Coulomb-Streuphase, und F_l bzw. G_l sind die reguläre bzw. irreguläre Coulombfunktion in der Definition von Abramowitz[24], die wir mit einem Standardverfahren berechnen.

Zur Berechnung des Massenoperators in der durch Gl. (4.1) gegebenen Form wäre die Kenntnis der Funktionen $R_{n l j m_t}(r)$ und $R_{\varepsilon l j m_t}(r)$ ausreichend, wenn man die auftretenden Energieintegrale mittels eines der üblichen numerischen Integrationsverfahren direkt auswertet. Dieses Vorgehen ist im allgemeinen langwierig und kann zu großen Fehlern führen. Wir umgehen daher alle Energieintegrationen, indem wir die betreffenden Integrale über die Spektraldarstellung durch die vollständige Green'sche Funktion der Gleichung (5.4) ersetzen. Die Green'sche Funktion läßt sich konstruieren, wenn man außer der regulären Streufunktion $R_{\varepsilon l j m_t}(r)$ noch die irreguläre Lösung von Gl. (5.4) mit dem asymptotischen Verhalten (5.8a) kennt. Wir kommen im Abschnitt 5.3 auf die Behandlung des Kontinuums im Massenoperator zurück.

Für die Zweikörperwechselwirkung, die in den Massenoperator (4.1) eingeht, wählen wir eine spinabhängige δ-Kraft

$$(5.12) \qquad V_{12} = -V_\delta\,(\pi_t^\sigma + p\,\pi_s^\sigma)\,\delta^3(\vec{r}_1 - \vec{r}_2);$$

π_t^σ und π_s^σ sind die Projektionsoperatoren, die auf den Triplett (S=1)- bzw. Singlett (S=0)-Spinzustand projizieren. Die Wechselwirkung (5.12) ist in vielen Rechnungen im Rahmen dynamischer Kernreaktionstheorien und in Kernstrukturrechnungen verwendet worden (vgl. Ref. 27-32). Der große Vorteil bei einer Benutzung dieser Kraft liegt darin, daß die Berechnung von Matrixelementen gegenüber einer Kraft mit endlicher Reichweite entscheidend vereinfacht ist. Die Kraft (5.12) führt auf eindimensionale Slater-Integrale, und die Winkel-Spin-Matrixelemente lassen sich in geschlossener Form angeben (siehe Anhang III).

Der Massenoperator kann nach Gl. (4.1) aufsummiert werden, wenn die Einteilchenenergien und -wellenfunktionen und die Matrixelemente der Restwechselwirkung berechnet sind. Die Summen über die magnetischen Quantenzahlen der Zustände α,β,γ lassen sich für einen Kern mit abgeschlossenen j-Schalen algebraisch leicht ausführen, wenn man die Matrixelemente vom Typ $\langle\alpha\beta|V|\gamma\delta\rangle$ (in denen die Zweiteilchenzustände nicht zu gutem Gesamtdrehimpuls J gekoppelt sind) nach Matrixelementen vom Typ $\langle(\alpha\beta)J \mid V \mid (\gamma\delta)J\rangle$ entwickelt. Der resultierende vollständige Ausdruck für $M^2_{\nu\nu'}$ ist im Anhang IV angegeben.

3. Behandlung des Kontinuums im Massenoperator

Die direkte Ausführung der in Gl. (4.1) für den Massenoperator auftretenden Energieintegrale $I_{\alpha\beta c}(W)$ wird durch zwei Tatsachen erschwert: einmal können in den Matrixelementen $\langle\nu\gamma|V|\alpha\beta\rangle$ als Funktion der Energie ε_γ scharfe Einteilchenresonanzen auftreten, die erheblich zum Wert des Integrals beitragen, aber mit einem Integrationsverfahren, das an endlich vielen Stützstellen den Wert des Integranden berechnet, eventuell "übergangen" werden; zum anderen fällt der Integrand mit $\varepsilon_\gamma \to +\infty$ nur langsam ab, so daß das Problem auftritt, wo die Integration "abgeschnitten" werden darf, ohne daß zu große Fehler gemacht werden (der Pol im Integranden von Re $I_{\alpha\beta c}(W)$ macht keine Schwierigkeiten, wenn man das Integral mittels einer einfachen Subtraktionstechnik umformt; vgl. Ref. 26).

Das von uns verwendete Verfahren, das in ähnlicher Form bereits von Ebenhöh et al.[27] in der Berechnung von Wirkungsquerschnitten für Neutronenstreuung am ^{15}N benutzt wurde, umgeht die direkte Integration über Energievariabeln ganz.

Wir vertauschen zunächst in dem Integral $I_{\alpha\beta c}(W)$ die Integration über die Energie ε_γ mit der in den Matrixelementen enthaltenen Integration und Summation über Orts- und Spinvariable. Damit werden wir, wenn wir für die Kontinuumsfunktionen $R_\gamma(r) \equiv R_{\varepsilon_\gamma c}(r)$ die Normierung (5.5) annehmen (dann ist $\varsigma(\varepsilon_\gamma) \equiv 1$), auf das Integral

$$\tilde{I}_{\alpha\beta c}(W; r, r') = \int_0^{+\infty} d\varepsilon_\gamma \; \frac{R_\gamma(r)\, R_\gamma(r')}{W_{\alpha\beta} - \varepsilon_\gamma + i\eta} \tag{5.13}$$

geführt ($W_{\alpha\beta} := \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$).

Wir betrachten nun die vollständige Green'sche Funktion $G^{(+)}_{ljm_t}(\varepsilon; r, r')$ zur Schrödinger-Gleichung (5.4):

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2m}{\hbar^2}\varepsilon - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} v_0(r) \right\} G^{(+)}_{ljm_t}(\varepsilon; r, r') = \delta(r - r'). \tag{5.14}$$

Die Spektraldarstellung von $G^{(+)}_{ljm_t}(\varepsilon; r, r')$ lautet

$$G^{(+)}_{ljm_t}(\varepsilon; r, r') = \frac{\hbar^2}{2m} r r' \left\{ \int_0^{+\infty} d\varepsilon' \; \frac{R_{\varepsilon' ljm_t}(r)\, R_{\varepsilon' ljm_t}(r')}{\varepsilon - \varepsilon' + i\eta} + \sum_n \frac{R_{nljm_t}(r)\, R_{nljm_t}(r')}{\varepsilon - \varepsilon_{nljm_t}} \right\} \tag{5.15}$$

wobei $\varepsilon_{nljm_t} < 0$ die Energien der gebundenen Zustände in der Partialwelle ljm_t mit den Wellenfunktionen $R_{nljm_t}(r)$ sind (vgl. das Buch von Newton[22], Seite 371).

Andererseits läßt sich aus der Forderung, daß $G^{(+)}_{ljm_t}(\varepsilon; r, r')$ an der Stelle r=0 regulär sein soll und für $r \to +\infty$ (bei festem r') das Verhalten einer rein auslaufenden Welle haben

soll, die Green'sche Funktion in folgender Weise konstruieren:

$$(5.16)\quad G^{(+)}_{\ell j m_t}(\varepsilon;r,r') = -e^{-i\pi\ell/2}\, k\, \frac{\varphi_{\varepsilon\ell j m_t}(r_<)\, f^{(+)}_{\varepsilon\ell j m_t}(r_>)}{f_{\ell j m_t}(k)\,(2\ell+1)!!}$$

$$= -\varphi_{\varepsilon\ell j m_t}(r_<)\, f^{(+)}_{\varepsilon\ell j m_t}(r_>)\Big/ W\left(f^{(+)}_{\varepsilon\ell j m_t}, \varphi_{\varepsilon\ell j m_t}\right)$$

$$= -\left(\frac{k^2}{2mk}\right)^{\ell/2} e^{-i\pi\ell/2}\, r_<\, R_{\varepsilon\ell j m_t}(r_<)\, f^{(+)}_{\varepsilon\ell j m_t}(r_>)$$

(vgl. Newton[22], Seite 374); dabei ist $r_< = \min(r,r')$, $r_> = \max(r,r')$, und die Funktionen φ und $f^{(+)}$ sind durch die Randbedingungen (5.8) und (5.8a) definiert.

Durch Kombination von Gl. (5.15) und (5.16) erhalten wir für das Integral $\tilde{I}_{\alpha\beta c}(W;r,r')$ die Darstellung

$$(5.17)\quad \tilde{I}_{\alpha\beta c}(W;r,r') = \frac{2m}{k^2}\,\frac{G^{(+)}_c(W_{\alpha\beta};r,r')}{rr'} - \sum_{n_\gamma} \frac{R_{n_\gamma c}(r)\, R_{n_\gamma c}(r')}{W_{\alpha\beta} - \varepsilon_{n_\gamma c}}$$

$$= -\frac{2m}{k^2}\,\frac{\varphi_{W_{\alpha\beta}c}(r_<)\, f^{(+)}_{W_{\alpha\beta}c}(r_>)}{rr'\, W\left(f^{(+)}_{W_{\alpha\beta}c}, \varphi_{W_{\alpha\beta}c}\right)} - \sum_{n_\gamma} \frac{R_{n_\gamma c}(r)\, R_{n_\gamma c}(r')}{W_{\alpha\beta} - \varepsilon_{n_\gamma c}}\,.$$

Damit ist die Integration über ε_γ zurückgeführt auf die Berechnung der irregulären Streufunktion $f^{(+)}_{\varepsilon\ell j m_t}(r)$. Wir bestimmen $f^{(+)}$ numerisch mit dem Runge-Kutta-Verfahren, wobei wir an der Stelle $r = r_1 = 12.0$ f die Anfangsbedingungen (5.10) bzw. (5.11) (samt den zugehörigen Bedingungen für die Ableitung von $f^{(+)}$) stellen und die Integration von außen nach innen ausführen. Damit lassen sich die Schwierigkeiten, die bei der Integration einer am Ursprung irregulären Funktion von innen nach außen auftreten, bequem umgehen.

Wir berechnen die in Gl. (4.1) auftretenden Energieintegrale sowohl für positive als auch für negative Werte von $W_{\alpha\beta}$ mit der Formel (5.17). Für negative $W_{\alpha\beta}$ werden dabei die Coulomb-Funktionen, die man zur Auswertung von Gl.(5.11) braucht, aus den Integraldarstellungen der Whittaker-Funktionen berechnet (vgl. Ref. 25, Seite 313). Durch Fortsetzung von Gl. (5.17) zu komplexen $W_{\alpha\beta}$ lassen sich die Integrale, die in der Berechnung der mit einer Lorentz-Funktion energiege-

mittelten Spektralfunktion vorkommen (vgl. Ref. 1), ebenfalls verhältnismäßig einfach numerisch bestimmen.

Das volle Integral $I_{\alpha\beta c}(W)$ erhält man, nachdem man $\tilde{I}_{\alpha\beta c}(W)$ mittels (5.17) ausgerechnet hat, durch Ausführung des zweifachen Slater-Integrals (im Fall einer δ-Kraft V) über die Variablen r und r', das sich immer noch hinreichend schnell und genau mit den üblichen Integrationsverfahren auswerten läßt (vgl. Anhang IV).

5.4. Lösung der Dyson-Gleichung und Berechnung der Spektralfunktion in Impulsdarstellung

Die Dyson-Gleichung (3.30) für die Matrixelemente der vollen Greenfunktion $G_{\nu\nu'}(W)$ ist im allgemeinen Fall ein gekoppeltes System von Integralgleichungen, da die Energie in dem vollständigen Satz von Quantenzahlen ν als kontinuierliche Variable auftritt. Es ist klar, daß eine vollständige Rechnung mit Einschluß aller Kontinua (äußere und innere Indizes am Massenoperator $M^2_{\nu\nu'}$) praktisch nicht durchführbar ist. Nimmt man nur gebundene Zustände $|\nu\rangle$, $|\nu'\rangle$ mit, so reduziert sich (3.30) auf ein einfach zu lösendes lineares Gleichungssystem für die unbekannten Größen $G_{\nu\nu'}$. Wegen der Auswahlregeln für Drehimpuls und Parität ist unter den Voraussetzungen, die wir generell machen (sphärische Einteilchenbasis, $J_A=0$), die Ordnung dieses Systems gleich der Zahl der gebundenen Zustände in einer Partialwelle mit den Quantenzahlen ljm_t. Für ^{12}C erhalten wir in allen Partialwellen nur jeweils eine triviale Gleichung mit einer Unbekannten; das einzige von Null verschiedene Nichtdiagonalelement des Massenoperators zwischen gebundenen Zuständen ergibt sich aus der Kopplung zwischen den 1s- und 2s-Zuständen im ^{16}O, womit man also auf die Inversion einer (komplexen) 2x2-Matrix geführt wird.

Der Einfluß der Teilchenzustände $|\nu\rangle$, $|\nu'\rangle$ im Kontinuum auf die Lösungen der Dyson-Gleichung läßt sich abschätzen, wenn man im Massenoperator die Kontinua in den Zwischenzuständen vernachlässigt. Dann ist $M^2_{\nu\nu'}$ als Funktion der kontinuierlichen Energien ε_ν und $\varepsilon_{\nu'}$ separabel, so daß sich die Integral-

gleichung (3.30) mit dem Kern $M^2_{\nu\nu'}$ in der üblichen Weise in ein lineares Gleichungssystem umformen läßt. Durch Lösung dieses Systems sollte man - obwohl die Spektralfunktion $\bar{S}^a_{\nu\nu'}(W)$ jetzt nur noch "unendlich scharfe" Resonanzen enthält - qualitativ den Einfluß der Teilchenkontinua ν, ν' auf die Verteilung der Einteilchenstärke auch bei größeren Separationsenergien studieren können.

Nach Lösung der Dyson-Gleichung läßt sich die Spektralfunktion $S^a(\vec{p};W)$, wenn die Kontinua in den äußeren Indizes des Massenoperators vernachlässigt werden, unmittelbar über die Gleichungen (3.28) und (3.29) ausrechnen. Die vollständige Form von $S^a(\vec{p};W)$ und der Zusammenhang mit dem differentiellen (p,2p)-Wirkungsquerschnitt ist in den Anhängen I und II angegeben.

Diskussion der phänomenologischen Parameter

Im vierten Abschnitt haben wir gezeigt, daß die Struktur von Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt wesentlich von der Lage der Pole und der absoluten Größe des Massenoperators M abhängen. Die Pole von M sind durch die Energien der BSEC und damit durch die Einteilchenenergien ε_ν bestimmt, während die Größe von M durch die Matrixelemente der Zweikörper-Wechselwirkung V festgelegt ist.

Wir diskutieren nun, wie die Energien ε_ν und die Parameter im Zweikörperpotential zu wählen sind, damit der Massenoperator in einer unserem Problem angemessenen Weise berechnet werden kann.

1. Einteilchenpotentiale

In der Störungsentwicklung für den Massenoperator treten die Einteilchenzustände $|\nu\rangle$ zunächst als beliebige Basiszustände auf. Vom rein theoretischen Standpunkt betrachtet, sind die Zustände $|\nu\rangle$ dann am besten gewählt, wenn sie bezüglich der Wechselwirkung V selbstkonsistent bestimmt sind, so daß der Massenoperator in erster Ordnung verschwindet. In einer praktikablen Rechnung ist es kaum möglich, selbstkonsistente Ein-

teilchenwellenfunktionen und -energien zu verwenden, so daß man gezwungen ist, unabhängig von der vorgegebenen Zweikörperwechselwirkung mit einem phänomenologischen Schalenmodellpotential Einteilchenzustände zu berechnen, deren Energien bestimmten, den experimentellen Daten entnommenen Kriterien genügen. Zusätzlich kann man dann die Annahme machen, daß diese Energien im Sinne der Hartree-Fock-Theorie selbstkonsistent sein sollen.

Der einfachste Weg, die Energien ε_ν zu fixieren, besteht bei einem Targetkern mit abgeschlossener Schale darin, die Energie des A-Nukleonen-Grundzustands mit den Energien der Nachbarkerne mit A$\pm$1 Nukleonen zu vergleichen. Dies ist die in der Schalenmodelltheorie der Kernreaktionen übliche Praxis (vgl. Ref. 14). Damit erhält man den in den Tabellen I und II mit A bezeichneten Satz von Energien der 1p-, 2s- und 1d-Zustände in ^{12}C und ^{16}O (auf die Bestimmung der 1s-Energien kommen wir später zurück). Diese Energien liefern in einer Teilchen-Loch-Rechnung am A-Nukleonen-Kern automatisch die richtigen Teilchenschwellen; in unserem Problem ergeben sie im allgemeinen für die Schwellen des Massenoperators Werte, die nicht mit den Schwellen im Restkern übereinstimmen. Um eine Anpassung der Schwellen zu erreichen, müssen die Energien der obersten besetzten Protonen- und Neutronenniveaus abgeändert werden, so daß die Fermienergie in unserem Modell nicht mehr den Teilchenschwellen des Targetkerns entspricht. Dies wiederum führt dazu, daß der Massenoperator (4.1) Pole im Gebiet $W>W_{oo}$ haben kann. Die abgeänderten Einteilchenenergien sind als Satz B in Teil I und II angegeben. Die ^{12}C-Energien des Satzes B unterscheiden sich von denen des Satzes A durch eine Verschiebung der $1p_{3/2}$-Protonen- und Neutronenniveaus um 2.36 MeV bzw. 4.90 MeV nach oben. Die $1p_{1/2}$-Energien im ^{16}O werden durch die Anpassung der Schwellen um 0.94 MeV (p) bzw. 3.88 MeV (n) nach oben verschoben; im Satz B für ^{16}O sind die $1p_{3/2}$-Energien jeweils um den gleichen Betrag vergrößert worden, so daß die Spin-Bahn-Aufspaltung in der p-Schale unverändert bleibt.

Beide Sätze von Einteilchenenergien (A und B) sind unserem Problem nicht vollständig angemessen, da die Schwellen des A-Nukleonen-Targetkerns und des Restkerns nicht gleichzeitig korrekt wiedergegeben werden können. Dies ist offensichtlich eine grundsätzliche Schwäche unseres Modells, die mit der Störungsentwicklung für den Massenoperator zusammenhängt; da wir nicht für uns beanspruchen, im eigentlichen Sinne "realistische" Rechnungen zu machen, können wir auf eine weitere Diskussion dieses Punktes verzichten.

In den Rechnungen für ^{12}C und ^{16}O haben wir uns zunächst für die Energien des Satzes A entschieden; in einigen Testrechnungen haben wir untersucht, welchen Einfluß die Anpassung der 1p-Energien an die Schwellen auf die Endergebnisse hat.

Die Einteilchenenergien aus den Tabellen I und II sind durch Anpassung der Parameter des Potentials $v_o(r)$ (vgl. Gl. (5.1)) reproduziert worden. Diese Parameter sind in den Tabellen I und II hinter den zugehörigen Einteilchenenergien aufgeführt. Die Größen a und r_o haben wir unabhängig von l und m_t gewählt, um einen möglichst einfachen Parametersatz zu erhalten. In den s-Wellen ist der Stärkeparameter V_o so festgelegt, daß die 2s-Teilchenenergie reproduziert wird. Damit ist, da wir keine Abhängigkeit der Potentiale von der Radialquantenzahl n zulassen wollen, automatisch die Energie des 1s-Lochzustandes fixiert. Die so berechneten 1s-Bindungsenergien sind kleiner als die aus (p,2p)-und (e,e'p)-Messungen extrahierten "experimentellen" 1s-Bindungsenergien. Wegen der großen Unsicherheiten in den Experimenten sehen wir die zuletzt genannten Energien nicht als vernünftige Eingabegrößen für eine Rechnung an; vielmehr versuchen wir, im Rahmen unseres Modells die Eingabegrößen auf möglichst einfache Weise festzulegen.

2. Zweikörperwechselwirkung

Als Zweikörperwechselwirkung geht in unsere Rechnungen die spinabhängige δ-Kraft (5.12) ein. Wie schon gesagt, haben wir diese Kraft hauptsächlich unter dem Gesichtspunkt ausgewählt,

daß die Matrixelemente zwischen Zweiteilchenzuständen sich einfach berechnen lassen müssen.

Grundsätzlich sollte in einer approximativen Berechnung des Massenoperators eine effektive Wechselwirkung benutzt werden, die von der freien Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung verschieden ist. Damit soll der Beschränkung des Konfigurationsraumes auf 1p-2h- und 2p-1h-Zustände und der Vernachlässigung von Wechselwirkungen zwischen diesen Zuständen Rechnung getragen werden. Bei schweren Kernen könnte man außerdem an eine dichteabhängige Kraft denken, die die Reduktion der effektiven Wechselwirkung im Kerninnern berücksichtigt. Wir gehen davon aus, daß eine Kraft der Form (5.12) mit Parametern, die in Schalenmodellrechnungen (für gebundene Zustände und Streuung) mit gutem Erfolg verwendet worden sind, für unser Problem eine vernünftige effektive Wechselwirkung darstellt. Dabei ist vor allem die Frage interessant, wie empfindlich unsere Ergebnisse von der Gesamtstärke der Wechselwirkung (die durch den Parameter V_δ festgelegt ist) abhängen.

In Tabelle III sind die Werte der Parameter V_δ und p, die wir in unseren Rechnungen benutzt haben, zusammengestellt; zum Vergleich sind außerdem einige Parameterpaare, die in Schalenmodell (Teilchen-Loch)-Rechnungen mit der Kraft (5.12) verwendet worden sind, angegeben. Da wir von den Experimenten her keine unmittelbaren Anhaltspunkte dafür haben, welchen Werten von V_δ und p der Vorzug zu geben ist, haben wir zunächst alle Rechnungen für ^{12}C und ^{16}O mit V_δ = 582 MeV f^3 (Parameter a) aus Tabelle III) und p = 0.46 durchgeführt. Diese Wahl für den Stärkeparameter V_δ entspricht ungefähr dem Mittelwert der in der Literatur zu findenden Parameter (vgl. Tabelle III), wenn man den großen Wert V_δ = 975 MeV f^3 aus Ref. 31 nicht mit berücksichtigt. Um die Abhängigkeit der Spektralfunktion und des Wirkungsquerschnittes von V_δ zu untersuchen (der Massenoperator ist in zweiter Ordnung trivialerweise proportional zu V_δ^2), haben wir Vergleichsrechnungen mit V_δ = 300 MeV f^3 (Parameter b) aus Tabelle III) und p = 0.46 durchgeführt. Der

Vergleich mit einem kleineren Stärkeparameter erscheint deswegen sinnvoll, weil mit dem Parameter a) bereits eine starke Aufspaltung der Einteilchenstärke und Verschiebung der Energieschwerpunkte gegenüber den Schalenmodellenergien zu beobachten ist.

Die Abhängigkeit unserer Ergebnisse von dem Mischungsparameter p haben wir nicht untersucht. Der Einfluß einer Variation von p auf den Massenoperator besteht in einer Änderung des T=1-Anteils der Zweiteilchen-Matrixelemente (der Operator $\pi_t^\sigma + p\pi_s^\sigma$ aus Gl. (5.12) kann für eine δ-Kraft in $\pi_s^\tau + p\pi_t^\tau$ umgeschrieben werden, wobei π_s^τ bzw. π_t^τ die Singlett- bzw. Triplett-Projektionsoperatoren im Isospinraum sind). Da im allgemeinen viele Kanäle an einen Schalenmodellzustand ankoppeln, kann man erwarten, daß eine nicht zu große Änderung von p lediglich zu einer im wesentlichen energieunabhängigen Vergrößerung oder Verkleinerung des Massenoperators führt, also ungefähr denselben Effekt hat wie eine Variation von V_δ. Nur für extreme Werte von p (z.B. p=0, wo alle Matrixelemente zwischen Zweiprotonen-Zuständen verschwinden) kann der allgemeine Verlauf von M stark verändert werden.

Eine Kraft mit einer komplizierteren Ortsabhängigkeit als die δ-Kraft (5.12) kann offensichtlich nur dann wesentlich andere Ergebnisse liefern, wenn die Größe der Zweikörper-Matrixelemente relativ zueinander stark beeinflußt wird. Bevor man aufwendige Rechnungen mit Wechselwirkungen in Angriff nimmt, die "realistischer" als eine δ-Kraft sind, sollte man genau untersuchen, ob sich dadurch im Rahmen eines Modells, wie es in dieser Arbeit zugrundegelegt wird, überhaupt noch entscheidende Änderungen und Verbesserungen ergeben können.

Um einen Anhaltspunkt für die Konsistenz von Einteilchenpotentialen und Zweikörperwechselwirkung zu bekommen, haben wir die mit dem Potential (5.1) berechneten Einteilchenenergien ε_ν mit den Größen

$$(6.1)\quad \varepsilon_\nu^{HF} := t_{\nu\nu} + \sum_{\lambda}^{\cdot} \langle \nu\lambda | \bar{V} | \nu\lambda \rangle \equiv t_{\nu\nu} + M^1_{\nu\nu}(HF)$$

verglichen, wobei die Zustände $|\nu\rangle$, die bei der Bildung der Erwartungswerte $t_{\nu\nu}$ und $\langle\nu\alpha|\bar{V}|\nu\alpha\rangle$ benutzt werden, Eigenzustände des Operators h_o mit dem Potential (5.1) sind. Für ein exakt selbstkonsistentes Potential müßte gelten: $\varepsilon_\nu = \varepsilon_\nu^{HF}$ (vgl. Ref. 17). Mit den Potentialparametern A aus den Tabellen I und II und der Wechselwirkung a) aus Tabelle III ergibt sich für die 1s-Protonenzustände in ^{12}C und ^{16}O:

$$\varepsilon_{1s}^{HF}(^{12}C) = -29.64 \text{ MeV} \; ; \; \varepsilon_{1s}^{HF}(^{16}O) = -32.73 \text{ MeV}.$$

Diese Werte sind in recht guter Übereinstimmung mit den aus dem Potential (5.1) berechneten Einteilchenenergien

$$\varepsilon_{1s}(^{12}C) = -30.86 \text{ MeV} \; ; \; \varepsilon_{1s}(^{16}O) = -29.45 \text{ MeV}.$$

Eine ähnlich gute Übereinstimmung zeigt sich beim Vergleich der $1p_{1/2}$-Energien. Für die $1p_{3/2}$-Protonenzustände ist ε^{HF} um 11 MeV(^{12}C) bzw. 7 MeV(^{16}O) größer als die entsprechende Schalenmodellenergie.

Insgesamt zeigen diese Ergebnisse, daß die von uns gewählten Parameter für die Einteilchenpotentiale und die Zweikörperwechselwirkung im Rahmen unserer Ansprüche miteinander verträglich sind.

Ergebnisse der Rechnungen

Wie wir schon an verschiedenen Stellen gesagt haben, können wir unsere Rechnungen nicht im eigentlichen Sinne als "realistisch" bezeichnen. Vielmehr versuchen wir, den Einfluß von Restwechselwirkung und Teilchenkontinuum auf die Struktur von Protonen-Lochzuständen im Rahmen eines Modells zu untersuchen. Daher liegt es nahe, in konkreten Rechnungen zunächst die einfachsten nichttrivialen Beispiele für Targetkerne mit abgeschlossenen j-Schalen zu behandeln, nämlich ^{12}C und ^{16}O. Prinzipiell können wir im Rahmen unseres Modells auch Proton-Knockout-Reaktionen an schweren Kernen untersuchen; in einer praktikablen Rechnung wird dadurch eine Grenze gesetzt, daß die Zahl der Kanäle, die an einen gegebenen Schalenmodellzustand ankoppeln, mit wachsender Massenzahl des Targetkerns sehr schnell ansteigt, so daß der Rechenaufwand übermäßig groß wird.

Die Reaktion $^{12}C(p,2p)^{11}B$

.1 Diskussion des Massenoperators.

In die Berechnung des Wirkungsquerschnittes der $^{12}C(p,2p)^{11}B$-Reaktion gehen, wenn man die Teilchenindizes am Massenoperator nicht mitnimmt, nur die $1s_{1/2}(p)$- und $1p_{3/2}(p)$-Diagonalelemente von M ein. Real- und Imaginärteil dieser Größen, berechnet nach den Formeln im Anhang IV, sind als Funktion der Separationsenergie S in den Abbildungen 7 bis 10 dargestellt; die Parameter des Einteilchenpotentials sind dabei die des Satzes A aus Tabelle I, und die Zweikörperkraft hat die Stärke a) aus Tabelle III. Bei der Berechnung von $M_{\nu\nu}$ sind alle Kanäle, die an die Zustände $|\nu\rangle$ ankoppeln, berücksichtigt worden (d.h. alle Einteilchen-Kontinua in den Zwischenzuständen bis $d_{3/2,5/2}$ für $\nu = 1s_{1/2}(p)$ und $f_{5/2,7/2}$ für $\nu = 1p_{3/2}(p)$).

Die Lage der Pole in Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ ist gegeben durch die in der Spalte A von Tabelle IV eingetragenen Energien der BSEC, die an den $1s_{1/2}$-Protonenzustand im ^{12}C ankoppeln. Zusätzlich zu den eigentlichen BSEC (mit dem Teilchen in einem gebundenen Zustand) haben wir in Tabelle IV die 1p-2h-Konfigurationen mit

dem Teilchen in einer Einteilchenresonanz angegeben. In Abb. 7 sind die Pole und Resonanzen von Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ mit unterstrichenen Nummern gekennzeichnet, die der Numerierung in Tabelle IV entsprechen.

Der allgemeine Verlauf von Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ mit der Separationsenergie wird dominiert von zwei Gruppen von Polen und Resonanzen in den Bereichen S = 32-34 MeV und S = 44-46 MeV. Die beiden breiten Einteilchenresonanzen in der Nähe von S = 38 MeV sind nur schwach zu erkennen. Die Resonanz bei 62.34 MeV (Nr. 10) und der Pol bei 64.10 MeV (Nr. 11), die beide außerhalb des in Abb. 7 gezeichneten Bereiches liegen, führen in der Spektralfunktion zu schwachen Resonanzen, da sie energetisch weit vom ungestörten $1s_{1/2}(p)$-Zustand entfernt sind.

Der Imaginärteil von $M_{1s_{1/2}(p)}$ ist in Abb. 8 dargestellt. Die Schwelle von Im $M_{1s_{1/2}(p)}$ liegt bei S_o = 31.92 MeV. Außerhalb der Resonanzen hat Im $M_{1s_{1/2}(p)}$ Werte in der Größenordnung einiger MeV.

Im Realteil von $M_{1p_{3/2}(p)}$, der in Abb. 9 dargestellt ist, liegen zwei Pole unterhalb der Schwelle S_o = 31.92 MeV (vgl. Tabelle V). Die restlichen der in Abb. 9 eingetragenen Pole und Resonanzen konzentrieren sich im Bereich S = 47-50 MeV. Die drei breiten Einteilchenresonanzen 9, 10 und 11 führen zu keiner ausgeprägten Struktur in Re $M_{1p_{3/2}(p)}$; den Pol bei 61.01 MeV (Nr. 13) können wir in der weiteren Diskussion unberücksichtigt lassen, da er wegen des großen Abstandes zum ungestörten $1p_{3/2}(p)$-Zustand nur zu einer schwachen Resonanz in der Spektralfunktion Anlaß gibt.

Der Imaginärteil von $M_{1p_{3/2}(p)}$, der in Abb. 10 dargestellt ist, verhält sich qualitativ (abgesehen von der wesentlich verschiedenen Lage der Einteilchenresonanzen) wie Im $M_{1s_{1/2}(p)}$.

Das $1p_{1/2}(p)$-Diagonalelement von M hat eine ähnliche Struktur wie $M_{1p_{3/2}(p)}$, da die BSEC, die an die beiden 1p-Zustände im ^{12}C ankoppeln, bis auf einen übereinstimmen (vgl. Tabelle V).

7.1.2. Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt.

Die Struktur der Schalenmodell-Spektralfunktion $S^a_{\nu\nu}$ kann für die in Frage kommenden Zustände $|\nu\rangle$ direkt aus dem Verlauf

des Massenoperators $M_{\nu\nu}$ mit der Separationsenergie abgelesen werden (vgl. Abschnitt 4.2). In Abb. 7 und 9 sind für die $1s_{1/2}(p)$- und $1p_{3/2}(p)$-Zustände die Geraden $f(S) = |\varepsilon_\nu| - S$ eingetragen, deren Schnittpunkte mit der Funktion Re $M_{\nu\nu}(S)$ die Energien der gebundenen Zustände und Resonanzen im Restkern geben. Es ist dabei zu beachten, daß jeweils links von dem mit der Nummer 1 bezeichneten Schnittpunkt noch ein weiterer Pol der Greenfunktion $G_{\nu\nu}$ liegt, der offensichtlich einem gebundenen Zustand mit einer großen Stärke z^b_i entspricht (diese Zustände haben wir im Abschnitt 4.2 als"kollektive" Zustände bezeichnet).

Den Wirkungsquerschnitt der $^{12}C(p,2p)^{11}B$-Reaktion haben wir für T_o = 460 MeV und $\theta' = 45^o$ nach den Formeln aus Anhang II berechnet; das Resultat ist in Abb. 11 dargestellt. Der berechnete Wirkungsquerschnitt setzt sich (inkohärent) aus den Beiträgen der $1s_{1/2}(p)$- und $1p_{3/2}(p)$-Lochzustände zusammen. Bei $\theta' = 45^o$ sind die Faktoren vor der Schalenmodell-Spektralfunktion in Gl. (II.4) für die $1s_{1/2}$- und $1p_{3/2}$-Zustände ungefähr gleich, so daß die relative Stärke der Resonanzen im Wirkungsquerschnitt in etwa die spektroskopische Stärke, die in der Spektralfunktion auftritt, widerspiegelt.

In Tab. VIII sind die Lagen und Breiten der wesentlichen Resonanzen im $^{12}C(p,2p)$-Wirkungsquerschnitt angegeben. Die spektroskopischen Faktoren $z^r_{\nu_i}$, die in Tabelle VIII ebenfalls aufgeführt sind, werden in Abschnitt 7.1.3 diskutiert. Die dominierende Resonanz ist eine 1s-Resonanz bei 35.57 MeV mit einer Breite von 0.19 MeV. Wir betrachten es als reinen Zufall, daß diese Resonanz nahezu mit dem Schwerpunkt des experimentellen 1s-Maximums im ^{12}C, der bei (35.5±1) MeV beobachtet wird (vgl. Ref. 33), zusammenfällt. In Tabelle VIII sind zum Vergleich Lage, Breite und Stärke der dominierenden 1s-Resonanz aus zwei Rechnungen mit veränderten Parametersätzen angegeben. Die Reduktion der Wechselwirkungsstärke V_σ von 582 MeV f^3 auf 300 MeV f^3 (bei festgehaltenen Parametern des Einteilchenpotentials) ergibt eine 0.16 MeV breite

Resonanz bei S = 34.9 MeV. Diese verhältnismäßig geringe Verschiebung der Resonanz läßt sich aus dem Verlauf von Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ in Abb. 7 verstehen; der Schnittpunkt Nr. 4 wandert, wenn Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ ungefähr um einen Faktor 4 kleiner gemacht wird ($M^2_{\nu\nu}$ ist exakt proportional zu V^2_δ), von S = 35.57 MeV nach S = 34.90 MeV. Ein sehr viel größerer Einfluß auf den Wirkungsquerschnitt ist zu beobachten, wenn man von den Potentialparametern A aus Tabelle I zu denen des Satzes B übergeht (V_δ = 582 MeV f^3). Die stärkste s-Resonanz tritt dann bei 29.8 MeV mit einer Breite von 0.52 MeV auf (die Schwelle S_o liegt für den Satz B, mit dem die Teilchenschwellen im ^{11}B richtig wiedergegeben werden, bei 27.20 MeV).

Die Berücksichtigung des $1p_{1/2}(p)$-Diagonalelementes von M führt im Wirkungsquerschnitt zum Auftreten weiterer Resonanzen, die sich wegen der ähnlichen Struktur von $M_{1p_{1/2}(p)}$ und $M_{1p_{3/2}(p)}$ meistens den $p_{3/2}$-Resonanzen überlagern; die Stärke der $p_{1/2}$-Resonanzen ist dabei etwa um einen Faktor 2 kleiner als die der $p_{3/2}$-Resonanzen.

7.1.3. Spektroskopische Faktoren und Schwerpunktsenergien.

Wie wir in Abschnitt 4.3 diskutiert haben, können wir aus unseren Rechnungen in einem eingeschränkten Sinn "spektroskopische Faktoren" und Schwerpunktsenergien von Einteilchenzuständen bestimmen. Die Bedeutung der spektroskopischen Faktoren $z^b_{\nu_i}$ und $z^r_{\nu_i}$ liegt darin, daß sie die Verteilung der Einteilchenstärke des Zustandes $|\nu\rangle$ über die Zustände des durch den Massenoperator (4.1) definierten Modells (gebundene Zustände und Resonanzen) angeben.

Die Stärke der $1s_{1/2}$- und $1p_{1/2}$-Protonen im ^{12}C ist in unserem Modell zu einem großen Teil in dem "kollektiven" Zustand (im folgenden mit dem Index 0 bezeichnet) konzentriert, der links vom niedrigsten Pol von $M_{\nu\nu}(S)$ auftritt. Dieser Zustand liegt für das $1s_{1/2}$-Proton bei S = 18.65 MeV mit einer Stärke $z^b_{1s,0}$ = 0.78, für das $1p_{3/2}$-Proton bei S = 10.7 MeV mit der Stärke

$z^b_{1p,0} = 0.89$ (die Summe von $z^b_{\nu 0}$ und den in Tabelle VIII eingetragenen Werten $z^r_{\nu_i}$ gibt noch nicht den vollen Wert 1, da wir nur die stärksten Resonanzen in Breit-Wigner-Näherung berücksichtigt haben; in der exakten Summenregel (4.18a) trägt auch der flache "Untergrund" zwischen den Resonanzen in der Spektralfunktion bei). Eine rohe Abschätzung, die den Beitrag des Untergrundes in der Spektralfunktion und die in Tabelle VIII nicht aufgeführten Resonanzen mit berücksichtigt, gibt für die Schwerpunktsenergien $\bar{\varepsilon}_\nu$ aus Gl. (4.20):

$$\bar{\varepsilon}_{1s_{1/2}(p)} \gtrsim -22\ \text{MeV};\quad \bar{\varepsilon}_{1p_{3/2}(p)} \gtrsim -12\ \text{MeV}.$$

Diese Energien liegen erheblich über den in die Rechnung hineingesteckten Protonenenergien $\varepsilon_{1s_{1/2}} = -30.86$ MeV und $\varepsilon_{1p_{3/2}} = -15.96$ MeV. Die Abweichung zwischen ε_ν und $\bar{\varepsilon}_\nu$ läßt sich durch Wahl eines kleineren Stärkeparameters in der Zweikörper-Wechselwirkung verringern; die Wechselwirkung b) aus Tabelle III läßt bereits ε_ν und $\bar{\varepsilon}_\nu$ für die $1s_{1/2}$- und $1p_{3/2}$-Protonenzustände im Rahmen einer groben Abschätzung zusammenfallen. Die berechnete Schwerpunktsenergie $\bar{\varepsilon}_{1s_{1/2}}$ liegt dann immer noch etwa 5 MeV über dem als experimentelle 1s-Schwerpunktsenergie betrachteten Wert von $-(35\pm1)$ MeV (vgl. Ref. 33).

2. Die Reaktion $^{16}O(p,2p)^{15}N$

2.1 Diskussion des Massenoperators.

Die $1s_{1/2}(p)$-, $1p_{3/2}(p)$- und $1p_{1/2}(p)$-Diagonalelemente des Massenoperators, die bei Vernachlässigung der Teilchenindizes als einzige in den $^{16}O(p,2p)^{15}N$-Wirkungsquerschnitt eingehen, sind nach den Formeln des Anhanges IV mit den Potentialparametern aus Tabelle II (Satz A) und dem Stärkeparameter a) aus Tabelle III berechnet worden. In den Abbildungen 12 bis 15 sind Real- und Imaginärteile von $M_{1s_{1/2}(p)}$ und $M_{1p_{3/2}(p)}$ dargestellt. Bei der Berechnung der $M_{\nu\nu}$ sind wiederum alle Kanäle, die an die Lochzustände $|\nu\rangle$ ankoppeln, mitgenommen worden.

Die Energien der BSEC, die an die s- und p-Protonenzustände im ^{16}O ankoppeln, sind in den Tabellen VI und VII zusammengestellt. Die Pole und Resonanzen des $2s_{1/2}(p)$-Diagonalelementes von M, das wir in einer Vergleichsrechnung zusätzlich berücksichtigt haben, fallen mit den Polen und Resonanzen von $M_{1s_{1/2}(p)}$ zusammen. Die Funktionen $M_{1p3/2(p)}$ und $M_{1p1/2(p)}$ stimmen in ihrem Verlauf im wesentlichen überein, da die Pole und Resonanzen beider Größen bis auf drei Pole, die in $M_{1p1/2}$(p fehlen, dieselben sind (vgl. Tabelle VII).

Die Realteile von $M_{1s_{1/2}(p)}$ und $M_{1p_{3/2}(p)}$ zeigen wegen der größeren Anzahl von Polen und Resonanzen eine kompliziertere Struktur als die entsprechenden Größen für ^{12}C. In Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ konzentrieren sich die Pole und Resonanzen in zwei Gruppen in den Bereichen S = 28-31 MeV und S = 34-37 MeV; die beiden "Satelliten" bei 58.78 MeV (Nr. 18) und 60.26 MeV (Nr. 19), die durch die Anregung von zwei 1s-Löchern in den Zwischenzuständen produziert werden, führen wegen ihres großen Abstandes zum ungestörten 1s-Protonenzustand nur zu schwachen Resonanzen in der Spektralfunktion. In Re $M_{1p_{3/2}(p)}$ und Re $M_{1p1/2(p}$ treten aufgrund der Auswahlregeln für Drehimpuls und Parität Pole und Resonanzen erst bei hohen Separationsenergien im Gebiet S = 41-54 MeV auf.

Die Schwellen des Imaginärteils von $M_{\nu\nu}$ liegen für alle in Frage kommenden Zustände bei S_o = 24.26 MeV. Als Funktion der Separationsenergie S zeigt Im $M_{\nu\nu}$ das erwartete Verhalten.

7.2.2. Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt.

Der Verlauf der Schalenmodell-Spektralfunktion $S'^{a}_{\nu\nu}$ für die s- und p-Protonenzustände im ^{16}O läßt sich im wesentlichen aus Abb. 12 und 14 entnehmen; die dort markierten Schnittpunkte der Geraden $f(S) = |\varepsilon_\nu| - S$ mit Re $M_{\nu\nu}(S)$ und die Ableitungen von Re M an diesen Stellen geben wiederum die Energien der gebundenen Zustände und Resonanzen in der Spektralfunktion sowie deren Stärke.

Der Wirkungsquerschnitt der $^{16}O(p,2p)$-Reaktion ist, wie im Fall von ^{12}C, für T_o = 460 MeV und $\theta' = 45^o$ berechnet worden; das Resultat ist in Abb. 16 dargestellt. Wegen der größeren Anzahl von Zwischenzuständen, die an die in der Rechnung berücksichtigten $1s_{1/2}^-$, $1p_{3/2}^-$ und $1p_{1/2}^-$ Protonenlochzustände ankoppeln, zeigt der Wirkungsquerschnitt eine erheblich kompliziertere Struktur als der entsprechende Wirkungsquerschnitt am ^{12}C.

Die Energien, Breiten und Stärken der wesentlichen Resonanzen im $^{16}O(p,2p)$-Wirkungsquerschnitt sind in Tabelle IX angegeben. Die stärkste Resonanz ist eine 0.625 MeV breite 1s-Resonanz bei S = 38.30 MeV. Mit den Potentialparametern A und der kleineren Wechselwirkungsstärke b) tritt die dominierende Resonanz mit einer Breite Γ = 0.25 MeV bei S = 37.49 MeV auf. Die Parameterkombination B und a) führt zu zwei etwa gleich starken s-Resonanzen bei S = 33.40 MeV (Γ = 0.55 MeV) und S = 35.20 MeV (Γ = 0.45 MeV). Die Berücksichtigung des $2s_{1/2}(p)$-Teilchenzustandes im Massenoperator und der nichtdiagonalen Kopplung zwischen den 2s-Teilchenzustand und dem 1s-Lochzustand hat auf die Struktur von Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt oberhalb der Schwelle S_o, wie eine Vergleichsrechnung gezeigt hat, praktisch keinen Einfluß.

2.3. Spektroskopische Faktoren und Schwerpunktsenergien.

Die Stärke der s- und p-Lochzustände im ^{16}O ist wiederum zu einem großen Teil in den "kollektiven" Zuständen unterhalb der niedrigsten Pole von $M_{\nu\nu}(S)$ konzentriert. Für das $1s_{1/2}^-$ Proton liegt dieser Zustand bei S = 15.3 MeV mit der Stärke $z^b_{1s,0}$ = 0.69, für das $1p_{3/2}^-$-Proton bei S = 11.7 MeV mit der Stärke $z^b_{1p3/2,0}$ = 0.87 und für das $1p_{1/2}^-$-Proton bei S = 4.95 MeV mit der Stärke $z^b_{1p_{1/2},0}$ = 0.93. Die Schwerpunktsenergien $\bar{\varepsilon}_\nu$ aus Gl. (4.20) lassen sich in ähnlicher Weise wie für das ^{12}C abschätzen:

$$\bar{\varepsilon}_{1s_{1/2}(p)} \gtrsim -21 \text{ MeV} \; ; \quad \bar{\varepsilon}_{1p_{3/2}(p)} \gtrsim -17 \text{ MeV};$$

$$\bar{\varepsilon}_{1p_{1/2}(p)} \gtrsim -8 \text{ MeV}.$$

Diese Werte sind wiederum größer als die in die Rechnung eingegebenen Einteilchenenergien aus Tabelle II. Mit der Wechselwirkung b) aus Tabelle III läßt sich diese Diskrepanz in der groben Abschätzung, die wir beim Auswerten von (4.20) machen, im wesentlichen zum Verschwinden bringen. Die berechnete Schwerpunktsenergie des 1s-Protonenlochzustandes liegt dann immer noch um etwa 15 MeV über dem experimentellen Wert, der mit -(44±5) MeV angegeben wird (vgl. Ref. 6).

7.3. Kritik der Ergebnisse

Die konkrete Berechnung von (p,2p)-Wirkungsquerschnitten für die Targetkerne ^{12}C und ^{16}O im Rahmen eines "mikroskopischen" Modells, das die Zweikörperwechselwirkung zwischen den Nukleonen und das kontinuierliche Spektrum des Restkerns bei höheren Anregungsenergien explizit berücksichtigt, hat hauptsächlich zwei Resultate gebracht:

1) Die Wirkungsquerschnitte zeigen bei Energien oberhalb der ersten Teilchenschwelle im Restkern eine ausgeprägte Resonanzstruktur, wobei die Breiten der Resonanzen in einigen Fällen mehrere 100 keV betragen, in den meisten Fällen aber nicht einige 10 keV übersteigen.
2) Die Einteilchenstärke der ungestörten Schalenmodellzustände ist über einen weiten Energiebereich verteilt, wobei jedoch der wesentliche Teil der Stärke in einem "kollektiven" (gebundenen) Zustand konzentriert ist; spektroskopische Schwerpunktsenergien, die für die verschiedenen Einteilchenzustände abgeschätzt werden, liegen demnach bei kleineren Separationsenergien als die ursprünglichen Schalenmodellenergien.

Beide Resultate müssen im Licht der speziellen Annahmen und Näherungen, die wir gemacht haben, gesehen werden.

Die komplizierte Resonanzstruktur der Wirkungsquerschnitte spiegelt direkt die große Zahl von 1p-2h-Konfigurationen wider, die an einen reinen Schalenmodell-Lochzustand koppeln. Das Mitnehmen höherer Ordnungen im Massenoperator und die Berücksichtigung von Wechselwirkungen zwischen den Teilchen und Löchern in den Zwischenzuständen wird im allgemeinen zu einem noch komplizierteren Verlauf der Wirkungsquerschnitte führen. Es ist die Frage

ob zukünftige Experimente ((p,2p) oder eventuell auch (d,^{3}He)) tatsächlich eine solche Resonanzstruktur bei höheren Anregungsenergien des Restkerns nachweisen können. Solange dies nicht der Fall ist, lassen sich aus der Feinstruktur der berechneten Wirkungsquerschnitte keine zuverlässigen Aussagen über die Berechtigung der Annahmen, die in die Rechnung eingehen, gewinnen. Daher erscheint es auch nicht notwendig, in weiteren Rechnungen die detaillierte Form dieser Feinstruktur zu bestimmen; vielmehr könnte man durch eine geeignete Mittelung der Spektralfunktion und des Wirkungsquerschnittes über die Energie (vgl. Ref. 1) von vornherein der Energieauflösung in den Experimenten Rechnung tragen.

Die Verschiebung der Einteilchenstärke zu kleineren Separationsenergien als die der ursprünglichen Schalenmodellzustände kann vermutlich als Folge der Vernachlässigung von 2p-1h-Termen im Massenoperator verstanden werden. Aufgrund der allgemeinen Struktur des Massenoperators (vgl. Abschnitt 4.1) macht die Berücksichtigung dieser Terme in dem Energiebereich, in dem die "kollektiven" Zustände auftreten, die Werte von $M_{\nu\nu}(S)$ kleiner, so daß die Lösung $W^{p}_{\nu_0}$ von Gl. (4.6) zu größeren Separationsenergien geschoben wird und eine kleinere Stärke erhält. Man kann erwarten, daß die Neuverteilung der Einteilchenstärke bei Mitnahme der 2p-1h-Terme auf diese Weise zu Schwerpunktsenergien führt, die näher bei den experimentellen Werten liegen.

Die Lagen und Breiten der Resonanzen im Wirkungsquerschnitt hängen im allgemeinen erheblich von der speziellen Lage der Pole im Massenoperator für gegebene Einteilchenenergien ab. Diese Erscheinung ist verständlich, wenn man sich an den im Abschnitt 4.2 diskutierten Mechanismus, der die Resonanzen "produziert", erinnert. Die Tatsache, daß die stärkste Resonanz bei den von uns gewählten Parametersätzen in den meisten Fällen nur einige MeV von der experimentellen Schwerpunktsenergie entfernt liegt, muß demnach als Zufall betrachtet werden.

6. Zusammenfassende Diskussion

Wir haben in dieser Arbeit im Rahmen von konkreten Rechnungen für zwei leichte Kerne den Einfluß von Restwechselwirkung und Teilchenkontinuum auf die Struktur der Wirkungsquerschnitte von Proton-Knockout-Reaktionen untersucht.

Die Resultate betrachten wir nicht als Ergebnis einer eigentlich "realistischen" Rechnung, da wir aus prinzipiellen oder technischen Gründen eine Reihe von einschneidenden Annahmen oder Einschränkungen machen mußten, deren Tragweite schwer zu übersehen ist. Eine grundsätzliche Schwierigkeit steckt in der Frage, wieweit die (p,2p)-Reaktion bei hohen Einschußenergien tatsächlich durch den direkten Einstufenprozeß, den wir in unseren Rechnungen vorausgesetzt haben, dominiert wird. Die Beiträge von komplizierteren Reaktionsmechanismen können theoretisch schwer abgeschätzt werden, und die Experimente erlauben gegenwärtig nur im Bereich kleiner Anregungsenergien des Restkerns einigermaßen zuverlässige Aussagen über den Ablauf der Reaktion.

Abgesehen von der Beschränkung auf einen einfachen direkten Reaktionsmechanismus haben wir durch verschiedene Annahmen über den Massenoperator implizit einschränkende Annahmen über die Wellenfunktionen der an der Reaktion beteiligten Kernzustände gemacht. Die Vernachlässigung von Teilchenindizes am Massenoperator und von 2p-1h-Konfigurationen in den Zwischenzuständen ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß der Grundzustand des Targetkerns ein reiner Schalenmodellzustand ist. Die vollständige Berücksichtigung der Grundzustandskorrelationen im Targetkern (deren Einfluß wir lediglich in Testrechnungen an den einfachsten Beispielen untersucht haben) bedeutet in erster Linie ein technisches Problem, da die Behandlung von zwei Teilchen im Kontinuum und die Lösung der Dyson-Gleichung mit Einschluß der Kontinua numerisch äußerst schwierig ist. Man sollte daher überlegen, ob sich die wesentlichen Effekte der Grundzustandskorrelationen bereits im Rahmen eines sinnvollen Näherungsverfahrens untersuchen lassen.

Der Zerfall des Restkerns wird in unserem Modell durch einen einfachen Mechanismus beschrieben, wobei ein ursprünglich er-

zeugtes "Protonenloch" durch Wechselwirkung mit anderen Nukleonen Teilchen-Loch-Paare anregt und eventuell ein Teilchen ins Kontinuum emittiert wird. Abgesehen davon, daß damit alle Zerfallskanäle, in denen komplexe Teilchen (d, t, α) auftreten, unberücksichtigt bleiben, ist fraglich, welchen Einfluß Wechselwirkungen zwischen den eben erwähnten Teilchen-Loch-Zuständen auf den Zerfall des Restkerns und auf die Struktur der Wirkungsquerschnitte haben. Diese Wechselwirkungen, die in der Störungsentwicklung des Massenoperators bis zur zweiten Ordnung nicht enthalten sind, führen zu einer Kopplung der Protonen-Lochzustände an kollektive Vibrationszustände des Targetkerns, die in einem mikroskopischen Bild als kohärente Überlagerung vieler Teilchen-Loch-Konfigurationen beschrieben werden können (vgl. Ref. 34). Wir vermuten, daß bei höheren Anregungsenergien die Kopplung an die $T=1\text{-}J=1^-$-Riesenresonanz (die in leichten Kernen bei ungefähr 25 MeV Anregungsenergie auftritt) wichtig werden kann. Um diesen Effekt zu untersuchen, könnte man in einer verbesserten Rechnung ähnlich wie in Ref. 34 vorgehen, wo die Kopplung von Einteilchenzuständen an die tiefliegende $T=0\text{-}J=3^-$-Vibration behandelt wird. Die Teilchen-Loch-Amplituden werden in Ref. 34 im Rahmen eines schematischen Modells (separable Zweikörperwechselwirkung, äquidistante Hartree-Fock-Energien) berechnet. In unserem Fall könnte man durch numerische Lösung der RPA-Gleichungen, die die Teilchen-Loch-Amplituden bestimmen, die zusätzlichen Wechselwirkungen im Massenoperator berücksichtigen.

Eines der Ziele weiterer Untersuchungen im Rahmen des hier formulierten Modells muß es sein, den großen Aufwand an numerischen Rechnungen zu reduzieren. Dieser Aufwand ist vor allem dadurch bedingt, daß man wegen der feinen Resonanzstruktur in Spektralfunktion und Wirkungsquerschnitt die Abhängigkeit aller interessierenden Größen von der Separationsenergie in sehr kleinen Schritten berechnen muß, um ein vollständiges Bild zu erhalten. Eine Mittelung über die Energie kann diese Situation verbessern, bringt aber wegen des Auftretens komplexer Energien wieder neue Schwierigkeiten in die Rechnung hinein. Da bei festgehaltener Separationsener-

gie der größte Teil der Rechenzeit für die Integration der Kontinuumsfunktionen und das Auswerten der Slaterintegrale benötigt wird, sollte man z.B. untersuchen, wieweit sich durch schematische Annahmen über Größe und Energieabhängigkeit der Matrixelemente die Rechnungen vereinfachen lassen, ohne daß die wesentlichen Züge des Modells dabei zerstört werden.

Die Rechnungen, die wir in dieser Arbeit durchgeführt haben, zeigen, daß die Behandlung von Kontinuumseffekten in Proton-Knockout-Reaktionen auf der Basis eines "mikroskopischen" Modells grundsätzlich möglich ist. Die Ergebnisse sind insofern ermutigend, als sie nicht im Widerspruch zu den experimentellen Daten sind. Leider sind diese Daten gegenwärtig noch so roh, daß sie keine weiterreichende Aussage über den Wert unserer Ergebnisse gestatten.

ANHANG

I. Vollständiger Ausdruck für die Spektralfunktion

Die avancierte Spektralmatrix eines A-Teilchen-Systems ist gegeben durch

$$S^a(\vec{p}, m_s, m_t; \vec{p}', m_s', m_t'; W)$$

(I.1)

$$= \langle A | a^+(\vec{p}', m_s', m_t')\ \delta(W + H - W_n^\circ)\ a(\vec{p}, m_s, m_t) | A \rangle,$$

wobei die Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren für ein Teilchen mit Impuls $\vec{p}$, Spinprojektion m_s und Isospinprojektion m_t den Vertauschungsrelationen

$$\left[a(\vec{p}, m_s, m_t),\ a^+(\vec{p}', m_s', m_t') \right]_+$$

(I.2)

$$= (2\pi\hbar)^3\ \delta^3(\vec{p} - \vec{p}')\ \delta_{m_s m_s'}\ \delta_{m_t m_t'}$$

genügen. Uns interessiert nur der Fall $m_t = m_t' = -1/2$ (Proton), so daß wir im folgenden die Isospinquantenzahlen fortlassen können.

Die Operatoren $a^+(\vec{p}, m_s)$ lassen sich nach Operatoren entwikkeln, die ein Proton in einem Schalenmodellzustand $|n(\varepsilon) l j m_j\rangle$ erzeugen:

$$a^+(\vec{p}, m_s) = \sum_{n(\varepsilon) l j m_j} \langle n(\varepsilon) l j m_j | \vec{p}, m_s \rangle\ a^+_{n(\varepsilon) l j m_j}\ ; \qquad \text{(I.3)}$$

dabei ist in einer Partialwelle über die Radialquantenzahl n der diskreten Zustände zu summieren und über die Energie ε der Kontinuumszustände zu integrieren. Durch Einschieben der Vollständigkeitsrelation

$$\sum_{m_s'} \int d^3\vec{r}\ |\vec{r}, m_s'\rangle\langle\vec{r}, m_s'| = 1 \qquad \text{(I.4)}$$

in den Entwicklungskoeffizienten $\langle n(\varepsilon) l j m_j | \vec{p}, m_s \rangle$ und Benutzung der Beziehungen

$$\langle \vec{r}, m_s | \vec{p}, m_s' \rangle = \delta_{m_s, m_s'}\, e^{i\vec{p}\cdot\vec{r}/\hbar} \equiv \delta_{m_s, m_s'}\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \quad (\vec{k} := \vec{p}/\hbar) \qquad \text{(I.5)}$$

und

$$\text{(I.6)}\quad \langle \vec{r}, m_s | n(\varepsilon) \ell j m_j \rangle = R_{n(\varepsilon)\ell j}(r) \begin{pmatrix} \ell & 1/2 & | & j \\ m_j - m_s & m_s & | & m_j \end{pmatrix} \times Y_\ell^{m_j - m_s}(\Omega_r)$$

gelangen wir zu

$$\text{(I.7)}\quad a^+(\vec{p}, m_s) = \sum_{n(\varepsilon)\ell j m_j} \begin{pmatrix} \ell & 1/2 & | & j \\ m_j - m_s & m_s & | & m_j \end{pmatrix} \times \int d^3\vec{r}\; R_{n(\varepsilon)\ell j}(r)\, Y_\ell^{m_j - m_s}(\Omega_r)\, e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\, a^+_{n(\varepsilon)\ell j m_j}$$

was sich mit Hilfe der Zerlegung der ebenen Welle $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$ nach Kugelfunktionen in die Form

$$\text{(I.8)}\quad a^+(\vec{p}, m_s) = (2\pi)^{3/2} \sum_{n(\varepsilon)\ell j m_j} i^\ell \begin{pmatrix} \ell & 1/2 & | & j \\ m_j - m_s & m_s & | & m_j \end{pmatrix} \times Y_\ell^{m_j - m_s}(\Omega_k)\, \tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell j}(k)\, a^+_{n(\varepsilon)\ell j m_j}$$

bringen läßt. Die Funktion $\tilde{R}_{n(\varepsilon)1j}(k)$ ist dabei die Fourier-Bessel-Transformierte von $R_{n(\varepsilon)1j}(r)$:

$$\text{(I.9)}\quad \tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell j}(k) := \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^\infty dr\, r^2\, j_\ell(kr)\, R_{n(\varepsilon)\ell j}(r).$$

Damit erhalten wir für die Spektralmatrix S^a den allgemeinen Ausdruck

$$\text{(I.10)}\quad S^a(\vec{p}, m_s; \vec{p}', m_s'; W) = (2\pi)^3 \sum\!\!\!\!\!\!\int_{n(\varepsilon)\ell j m_j} \sum\!\!\!\!\!\!\int_{n'(\varepsilon')\ell' j' m_j'} i^{\ell - \ell'} \times \begin{pmatrix} \ell & 1/2 & | & j \\ m_j - m_s & m_s & | & m_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ell' & 1/2 & | & j' \\ m_{j'} - m_s' & m_s' & | & m_j' \end{pmatrix} Y_\ell^{m_j - m_s}(\Omega_k)\, Y_{\ell'}^{m_j' - m_s'}(\Omega_{k'}) \times \tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell j}(k)\, \tilde{R}_{n'(\varepsilon')\ell' j'}(k') \langle A | a^+_{n'(\varepsilon')\ell' j' m_j'}\, \delta(W + H - W_A^0)\, a_{n(\varepsilon)\ell j m_j}$$

Diese Form der Spektralmatrix wird für die Berechnung des (p,2p)-Wirkungsquerschnittes in DWIA gebraucht (vgl. Ref. 1). Die Gleichung (I.10) vereinfacht sich wesentlich, wenn der Targetzustand $|A\rangle$ den Spin 0 hat. Aus der Erhaltung von Gesamtdrehimpuls und Parität folgt sofort, daß die Schalenmodellspektralmatrix diagonal in l, j und m_j und unabhängig von m_j ist:

$$
\begin{aligned}
&S^{a}_{J_A=0}\left(n(\varepsilon)\, l\, j\, m_j;\, n'(\varepsilon')\, l'\, j'\, m_j';\, W\right) \\
&\quad = \delta_{ll'}\,\delta_{jj'}\,\delta_{m_j m_j'}\,\langle A|\, a^{+}_{n'(\varepsilon')lj}\,\delta\left(W+H-W^{o}_{A}\right)\, a_{n(\varepsilon)lj}\,|A\rangle \\
&\quad \equiv \delta_{ll'}\,\delta_{jj'}\,\delta_{m_j m_j'}\; S^{a}_{n(\varepsilon),n'(\varepsilon')}\left(lj\right).
\end{aligned}
\tag{I.11}
$$

Im folgenden nehmen wir immer $J_A = 0$ an und lassen die entsprechende Indizierung an S^a fort.

Zur Auswertung des Wirkungsquerschnittes in PWIA benötigen wir die Spektralfunktion, d.h. das Diagonalelement der Spektralmatrix (I.10). Wenn wir uns auf (p,2p)-Reaktionen in koplanarer symmetrischer Geometrie (vgl. Abb. 1) beschränken, so ist die Richtung des Rückstoßimpulses unabhängig vom Emissionswinkel der Protonen entweder parallel oder antiparallel zur Einschußrichtung, die wir als Richtung der z-Achse eines Koordinatensystems wählen. Es reicht dann aus, die Spektralfunktion für $\Theta_k = 0$ und $\Theta_k = \pi$ auszurechnen. Mit bekannten Beziehungen für die Kugelfunktionen erhalten wir

$$
\begin{aligned}
S^{a}(\vec{p}, m_s; W) = (2\pi)^3 \sum\!\!\!\!\!\!\int_{n(\varepsilon)n'(\varepsilon')} \sum_{lj} \frac{2l+1}{4\pi} \begin{pmatrix} l & 1/2 & j \\ 0 & m_s & m_s \end{pmatrix}^2 \cdot \\
\cdot \tilde{R}_{n(\varepsilon)lj}(k)\, \tilde{R}_{n'(\varepsilon')lj}(k)\; S^{a}_{n(\varepsilon),n'(\varepsilon')}\left(lj\right).
\end{aligned}
\tag{I.12}
$$

Schließlich gelangen wir, wenn wir noch den Clebsch-Gordan-Koeffizienten in (I.12) auswerten, zu der Beziehung

$$S^a(\vec{p}, m_s; W) = \pi^2 \sum_{n(\varepsilon)n'(\varepsilon')} \sum_{lj} (2j+1) \cdot$$

(I.13)

$$\cdot \tilde{R}_{n(\varepsilon)lj}(k)\, \tilde{R}_{n'(\varepsilon')lj}(k)\, S^a_{n(\varepsilon)n'(\varepsilon')}(lj).$$

Wir bemerken, daß die Spektralfunktion in dieser Form unabhängig von der Spinquantenzahl m_s ist.

Da wir die Kontinua in den äußeren Indizes des Massenoperators in den konkreten Rechnungen nicht mitnehmen, benötigen wir zur Berechnung der Spektralfunktion nach Gl. (I.13) nur die Fourier-Bessel-Transformierten der Radialfunktionen $R_{nlj}(r)$ für gebundene Zustände. Die Funktionen $R_{nlj}(r)$ werden durch Diagonalisierung des Schalenmodell-Hamiltonoperators h_o in einer Basis von Eigenfunktionen des harmonischen Oszillators bestimmt (vgl. Abschnitt 5.2):

$$R_{nlj}(r) = \sum_{n'} a^{nlj}_{n'}\, R^{osc}_{n'l}(r)$$

Mit Hilfe der Beziehung

$$\tilde{R}^{osc}_{n'l}(k) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^\infty dr\, r^2\, j_l(kr)\, R^{osc}_{n'l}(r) \tag{I.14}$$

$$= (-)^{n'} \beta^3\, R^{osc}_{n'l}(\beta k); \quad \beta = \left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^{1/2}$$

(vgl. Ref. 23, Seite 43)

läßt sich die Fourier-Bessel-Transformierte von $R_{nlj}(r)$ schreiben als

$$\tilde{R}_{nlj}(k) = \sum_{n'} (-)^{n'} a^{nlj}_{n'}\, \beta^3\, R^{osc}_{n'l}(\beta k). \tag{I.15}$$

Damit umgehen wir die direkte Ausführung des Integrals (I.9).

II. Vollständiger Ausdruck für den (p,2p)-Wirkungsquerschnitt in PWIA

Um den Wirkungsquerschnitt für die (p,2p)-Reaktion an einem Spin 0-Targetkern in koplanarer symmetrischer Geometrie zu

erhalten, gehen wir auf Gl. (3.33) in Ref. 2 zurück, wo dieser Wirkungsquerschnitt durch das Überlappintegral $g_{B,A}(\vec{p}_1)$ (vgl. Gl. (2.2) in dieser Arbeit) ausgedrückt ist. Beachtet man die unterschiedliche Normierung der ebenen Wellen in Ref. 2 bzw. in dieser Arbeit, so gelangt man zu folgendem Ausdruck:

$$(II.1)\quad \frac{d^6\sigma}{dE_0'\,d\Omega_0'\,dE_1'\,d\Omega_1'} = F_{kin}\,\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}\,\frac{2}{(2\pi)^3}\,S^a(\vec{p}_1, W_1)\,;$$

der Faktor 2 führt dabei von der Summe über die Spinprojektion m_{s_1} des herausgeschlagenen Protons her (diese Summe läßt sich explizit ausführen, da die Spektralfunktion S^a unabhängig von m_{s_1} ist; vgl. Anhang I).

Der kinematische Faktor F_{kin} ist gegeben durch

$$(II.2)\quad F_{kin} = \frac{4}{(\hbar c)^2}\,\frac{k'^2}{k_0}\,\frac{\hbar^2c^2k'^2\sin^2\Theta' + m^2c^4}{[\hbar^2c^2(2k'\cos\Theta' - k_0)^2 + m^2c^4]^{1/2}}$$

mit $k' = k_0' = k_1'$.

Die Größe $\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}$ ist der differentielle Wirkungsquerschnitt für freie pp-Streuung bei 90° im Schwerpunktsystem der kollidierenden Protonen, der sich im Energiebereich 20-800 MeV bis auf 5 % durch die empirische Formel

$$(II.3)\quad \frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega} = 1.9 + \frac{230}{T_0} + \frac{4850}{T_0^2} + \frac{(T_0 - 30)(T_0 - 65)(T_0 - 140)}{70000 + 0.4\,T_0^3}$$

(T_0 = kinetische Energie des einlaufenden Protons im Laborsystem; T_0 in MeV, $\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}$ in millibarn/sterad) wiedergeben läßt (vgl. Ref. 10, Seite 353). Wir erinnern daran, daß die Parametrisierung des (p,2p)-Wirkungsquerschnittes durch $\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}$ eine "on-shell"-Näherung ist, die bei großen Einschußenergien ($T_0 > 200$ MeV) hinreichend gut sein sollte.

Drücken wir den (p,2p)-Wirkungsquerschnitt durch die Schalenmodell-Spektralmatrix aus, so erhalten wir:

$$(II.4)\quad \frac{d^6\sigma}{dE_0' d\Omega_0' dE_1' d\Omega_1'} = F_{kin}\,\frac{d\sigma^{fr}}{d\Omega}\,\times$$

$$\times \sum_{n(\varepsilon),n'(\varepsilon')} \sum_{\ell_j} \frac{2j+1}{4\pi}\,\tilde{R}_{n(\varepsilon)\ell_j}(k)\,\tilde{R}_{n'(\varepsilon')\ell_j}(k)$$

$$\times\, S^{a}_{n(\varepsilon)n'(\varepsilon')}(\ell_j).$$

III. Matrixelemente der Zweikörperwechselwirkung in jj-Kopplung

Die Matrixelemente der δ-Kraft (5.12) zwischen jj-gekoppelten Zweiteilchenzuständen sind bei Newby and Konopinski[21] vollständig angegeben:

$$(III.1)\quad \langle (\ell_\alpha \tfrac{1}{2})j_\alpha, (\ell_\beta \tfrac{1}{2})j_\beta; JM \,|\, V_{12} \,|\, (\ell_\gamma \tfrac{1}{2})j_\gamma, (\ell_\delta \tfrac{1}{2})j_\delta; J'M' \rangle$$

$$= -\,\delta_{JJ'}\,\delta_{MM'}\,V_\sigma\,F_\sigma\,\frac{[\hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta \hat{j}_\gamma \hat{j}_\delta]^{1/2}}{2\hat{J}}\,\times$$

$$\times \begin{pmatrix} j_\alpha & j_\beta & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_\gamma & j_\delta & J \\ 1/2 & -1/2 & 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\times \left\{ \frac{1+(-)^{\ell_\alpha+\ell_\beta+\ell_\gamma+\ell_\delta}}{2} \times \left[(-)^{\ell_\alpha+\ell_\gamma+j_\alpha+j_\gamma+1} + \frac{1-\delta_{J0}}{4J(J+1)} \right.\right.$$

$$\left. \times (\hat{j}_\alpha + (-)^{j_\alpha+j_\beta+J}\hat{j}_\beta)(\hat{j}_\gamma + (-)^{j_\gamma+j_\delta+J}\hat{j}_\delta) \right.$$

$$\left.\left. -(1-p)(-)^{\ell_\alpha+j_\alpha+\ell_\gamma+j_\gamma+1} \frac{1+(-)^{\ell_\alpha+\ell_\beta+J}}{2} \frac{1+(-)^{\ell_\gamma+\ell_\delta+J}}{2} \right] \right\}$$

$$(\ \hat{j}_\alpha := 2j_\alpha + 1\ )$$

$$(III.1a)\quad F_\sigma := \frac{1}{4\pi}\int_0^\infty dr\, r^2\, R_\alpha(r)\, R_\beta(r)\, R_\gamma(r)\, R_\delta(r).$$

Vollständiger Ausdruck für den Massenoperator in Schalenmodelldarstellung

Der Massenoperator in zweiter Ordnung unter Vernachlässigung von 2p-1h-Zwischenzuständen ist in schematischer Schreibweise durch Gl. (4.1) gegeben. Für einen Targetkern mit $J_A = 0$ und $T_A = 0$ (wir nehmen an, daß die Zustände von Targetkernen und Restkern guten Isospin haben) und ein sphärisches Einteilchenpotential ist $M^2_{\nu\nu'}(W)$ von vornherein diagonal in den Quantenzahlen l_ν, j_ν, $m_{j\nu}$ und $m_{t\nu}$ und unabhängig von $m_{j\nu}$. Die Summen über die magnetischen Quantenzahlen der Zustände α, β, γ, die in Gl. (4.1) auftreten, lassen sich für einen Kern mit abgeschlossenen j-Schalen algebraisch ausführen, wenn die Matrixelemente $\langle \nu\gamma | V | \alpha\beta \rangle$ (in denen die Zweiteilchenzustände nicht zu gutem Gesamtdrehimpuls gekoppelt sind) nach Matrixelementen $\langle (\nu\gamma)J \mid V \mid (\alpha\beta)J \rangle$, wie sie im Anhang III angegeben sind, entwickelt werden. Die Integrale über die Energie werden mittels Gl. (5.17) berechnet. Damit gelangen wir zu folgendem Ausdruck für den Massenoperator:

$$M^2_{\nu\nu'}(W) = \delta_{l_\nu l_{\nu'}}\,\delta_{j_\nu j_{\nu'}}\,\delta_{m_{j\nu} m_{j\nu'}}\,\delta_{m_{t\nu} m_{t\nu'}} \times$$

(IV.1)

$$\times \frac{1}{2} \sum_{\substack{l_\alpha j_\alpha m_{t\alpha} \\ l_\beta j_\beta m_{t\beta} \\ l_\gamma j_\gamma m_{t\gamma}}} \sum_J \frac{2J+1}{2 j_\nu + 1} \Big\{ \delta_{m_{t\nu} m_{t\alpha}}\,\delta_{m_{t\gamma} m_{t\beta}} \langle (\nu\gamma)J | V^{LS}_{12} | (\alpha\beta)J \rangle^2$$

$$+ \delta_{m_{t\nu} m_{t\beta}}\,\delta_{m_{t\gamma} m_{t\alpha}} \langle (\nu\gamma)J | V^{LS}_{12} | (\beta\alpha)J \rangle^2 - \delta_{m_{t\nu} m_{t\alpha}}\,\delta_{m_{t\gamma} m_{t\alpha}}\,\delta_{m_{t\gamma} m_{t\beta}} \times$$

$$\times 2\,(-)^{j_\alpha + j_\beta + J} \langle (\nu\gamma)J | V^{LS}_{12} | (\beta\alpha)J \rangle \langle (\alpha\beta)J | V^{LS}_{12} | (\nu\gamma)J \rangle \Big\} \times$$

$$\times \sum_{\substack{m_\alpha;\ \varepsilon_\alpha \le \varepsilon_F \\ m_\beta;\ \varepsilon_\beta \le \varepsilon_F}} \frac{1}{16\pi^2} \int_0^\infty dr\, r^2 \int_0^\infty dr'\, r'^2\, R_\nu(r) R_\alpha(r) R_\beta(r) R_{\nu'}(r') R_\alpha(r') R_\beta(r')$$

$$\times \Big\{ \sum_{\substack{n_\gamma j_\gamma \\ \varepsilon_\gamma \le \varepsilon_F}} \frac{R_\gamma(r) R_\gamma(r')}{W_{\alpha\beta} - \varepsilon_\gamma} + \frac{2m}{\hbar^2} \frac{\varphi_{W_{\alpha\beta}\alpha}(r_<)\, f^{(+)}_{W_{\alpha\beta}\alpha}(r_>)}{r\, r'\, W(f^{(+)}_{W_{\alpha\beta}\alpha}, \varphi_{W_{\alpha\beta}\alpha})} \Big\} ;$$

die Matrixelemente $\langle (\nu\gamma)J | V^{LS}_{12} | (\alpha\beta)J \rangle$ sind dabei die Winkel-Spin-Anteile der vollen Matrixelemente $\langle (\nu\gamma)J | V_{12} | (\alpha\beta)J \rangle$ aus Anhang III.

Die regulären und irregulären Streufunktionen φ und $f^{(+)}$ werden, wie in Abschnitt 5.3 beschrieben, durch numerische Integration der radialen Schrödinger-Gleichung mit dem Runge-Kutta-Verfahren berechnet. Die (einfachen und doppelten) Radialintegrale in (IV.1) werden mit Hilfe eines Gauss-Legendre-Integrationsverfahrens bestimmt, wobei 40 Stützstellen pro Koordinatenrichtung genommen werden.

Tabelle I: Einteilchenenergien und Potentialparameter für ^{12}C

Protonen

n l j	ε_{nlj} (MeV)		V_o (MeV)		V_{so} (MeV)	
	A	B	A	B	A	B
$d^C_{3/2}$	6.23		55.40		4.40	
$d^C_{5/2}$	1.62		55.40		4.40	
$s^C_{1/2}$	0.42		58.00		-	
$1p_{1/2}$	-1.94		54.12	51.63	18.85	15.78
$1p_{3/2}$	-15.96	-13.60	54.12	51.63	18.85	15.78
$1s_{1/2}$	-30.86		58.00		-	

Neutronen

n l j	ε_{nlj} (MeV)		V_o (MeV)		V_{so} (MeV)	
	A	B	A	B	A	B
$d^C_{3/2}$	3.39		55.95		4.60	
$1d_{5/2}$	-1.10		55.95		4.60	
$2s_{1/2}$	-1.86		59.13		-	
$1p_{1/2}$	-4.95		54.07	48.90	18.31	11.96
$1p_{3/2}$	-18.72	-13.82	54.07	48.90	18.31	11.96
$1s_{1/2}$	-35.10		59.13		-	

Für alle Partialwellen ist a = 0.53 f und r_o = 1.25 f. Die Parameter V_o und V_{so} für die f-Wellen, die keine gebundenen Zustände enthalten, sind gleich den Mittelwerten der entsprechenden Parameter für die s-, p- und d-Wellen gesetzt worden. Die Zahlenwerte für die Einteilchenenergien sind aus Ref. 31 entnommen. Der Unterschied zwischen den Parametersätzen A und B ist im Text von Abschnitt 6.1 erläutert.

Tabelle II: Einteilchenenergien und Potentialparameter für ^{16}O

Protonen

n l j	$\varepsilon_{n\ell j}$ (MeV)		V_o(MeV)		V_{so}(MeV)	
	A	B	A	B	A	B
$d^C_{3/2}$	4.27		51.21		5.24	
$2s_{1/2}$	-0.10		53.41		-	
$1d_{5/2}$	-0.60		51.21		5.24	
$1p_{1/2}$	-12.13	-11.17	56.11	54.76	9.88	9.88
$1p_{3/2}$	-18.45	-17.50	56.11	54.76	9.88	9.88
$1s_{1/2}$	-29.45		53.41		-	

Neutronen

n l j	$\varepsilon_{n\ell j}$ (MeV)		V_o(MeV)		V_{so}(MeV)	
	A	B	A	B	A	B
$d^C_{3/2}$	0.94		51.73		5.24	
$2s_{1/2}$	-3.27		53.90		-	
$1d_{5/2}$	-4.14		51.73		5.24	
$1p_{1/2}$	-15.67	-11.79	55.53	50.05	9.66	9.63
$1p_{3/2}$	-21.83	-17.95	55.53	50.05	9.66	9.63
$1s_{1/2}$	-34.09		53.90		-	

Für alle Partialwellen ist a = 0.53 f und r_o = 1.25 f. Die Parameter V_o und V_{so} für die f-Wellen, die keine gebundenen Zustände enthalten, sind gleich den Mittelwerten der entsprechenden s-, p- und d-Parametern gesetzt worden. Die Zahlenwerte für die Einteilchenenergien stammen aus Ref. 32. Der Unterschied zwischen den Parametersätzen A und B ist in Abschnitt 6.1 erläutert.

Tabelle III: Parameter der Zweikörperwechselwirkung (5.12)

	V_δ (MeV f^3)		p	Parameter werden benutzt in
^{12}C	300	b)	0.46	dieser Arbeit
	497			Ref. 30
	582	a)		dieser Arbeit
	975			Ref. 31
^{16}O	300	b)	0.46	dieser Arbeit
	582	a)		Ref. 27, 28, 29 und dieser Arbeit
	650			Ref. 32

Tabelle IV: 1p-2h-Konfigurationen, die an das $1s_{1/2}(p)$-Loch im ^{12}C koppeln

				S(MeV)	
Nr.	α	β	γ	A	B
1	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$s^C_{1/2}(p)$	32.34	27.62
2	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	32.82	25.56
3	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^C_{5/2}(p)$	33.54	28.82
4	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	33.58	26.32
5	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$d^C_{3/2}(n)$	38.07	30.81
6	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^C_{3/2}(p)$	38.20	33.48
7	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1p_{1/2}(n)$	44.63	39.73
8	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	44.88	42.52
9	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{1/2}(n)$	46.13	43.77
10	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(p)$	$s^C_{1/2}(p)$	62.34	62.34
11	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	64.10	64.10

Die Energien in den Spalten A und B sind aus den entsprechenden Einteilchenenergien in Tabelle I berechnet.

Tabelle V: 1p-2h-Konfigurationen, die an das $1p_{3/2}(p)$-Loch und an das $1p_{1/2}(p)$-Teilchen im ^{12}C koppeln

Nr.	α	β	γ	S(MeV) A	S(MeV) B	
1	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1p_{1/2}(n)$	29.73	22.47	
2	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	29.88	25.26	
3	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$s^{C}_{1/2}(p)$	47.24	44.88	
4	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	47.72	42.82	
5	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^{C}_{5/2}(p)$	48.44	46.08	x
6	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	48.48	43.58	
7	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	49.20	46.84	
8	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	49.96	47.60	
9	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$d^{C}_{3/2}(n)$	52.97	48.07	
10	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^{C}_{3/2}(p)$	53.10	50.74	
11	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$d^{C}_{3/2}(n)$	54.45	52.09	
12	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	59.78	59.78	+
13	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$1p_{1/2}(n)$	61.01	61.01	

Die Energien in den Spalten A und B sind aus den entsprechenden Einteilchenenergien in Tabelle I berechnet. Die mit x bezeichnete Konfiguration fällt bei der Kopplung an das $1p_{1/2}(p)$-Teilchen aus, die mit + bezeichnete bei der Kopplung an das $1p_{3/2}$-Loch.

Tabelle VI: 1p-2h-Konfigurationen, die an das $1s_{1/2}(p)$-Loch und an das $2s_{1/2}(p)$-Teilchen im ^{16}O koppeln

Nr.	α	β	γ	S(MeV) A	S(MeV) B
1	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	$2s_{1/2}(p)$	24.16	22.24
2	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	24.53	19.69
3	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$d^{C}_{3/2}(n)$	28.74	23.90
4	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	29.82	24.98
5	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$1d_{5/2}(p)$	29.98	23.77
6	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	29.98	25.15
7	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	30.69	25.85
8	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	30.85	26.02
9	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^{C}_{3/2}(p)$	34.88	32.97
10	$1p_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$d^{C}_{3/2}(n)$	34.90	30.06
11	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$d^{C}_{3/2}(n)$	35.06	30.23
12	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	36.14	31.31
13	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$1d_{5/2}(p)$	36.30	34.40
14	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$2s_{1/2}(p)$	36.80	34.90
15	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	37.01	32.18
16	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^{C}_{3/2}(p)$	41.20	39.30
17	$1p_{3/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$d^{C}_{3/2}(n)$	41.22	36.39
18	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(p)$	$2s_{1/2}(p)$	58.78	58.78
19	$1s_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	60.26	60.26

Die Energien in den Spalten A und B sind aus den entsprechenden Einteilchenenergien in Tabelle II berechnet.

Tabelle VII: 1p-2h-Konfigurationen, die an die $1p_{3/2}(p)$- und $1p_{1/2}(p)$-Löcher im ^{16}O koppeln

Nr.	α	β	γ	S(MeV) A	S(MeV) B	
1	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	$1d_{5/2}(p)$	40.97	40.01	x
2	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	40.97	37.09	x
3	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	$2s_{1/2}(p)$	41.47	40.51	
4	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	41.84	37.96	
5	$1p_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	42.08	41.12	x
6	$1p_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	42.95	41.99	
7	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(p)$	$d^C_{3/2}(p)$	45.87	44.91	
8	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{1/2}(n)$	$d^C_{3/2}(n)$	46.05	42.17	
9	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	47.13	43.25	
10	$1p_{1/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$d^C_{3/2}(n)$	47.16	46.20	
11	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$1d_{5/2}(p)$	47.29	46.34	
12	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$2s_{1/2}(p)$	47.79	46.84	
13	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	48.00	44.12	
14	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$1d_{5/2}(n)$	48.40	47.45	
15	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$2s_{1/2}(n)$	49.27	48.32	
16	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(p)$	$d^C_{3/2}(p)$	52.19	51.24	
17	$1s_{1/2}(p)$	$1p_{3/2}(n)$	$d^C_{3/2}(n)$	52.21	48.33	
18	$1p_{3/2}(p)$	$1s_{1/2}(n)$	$d^C_{3/2}(n)$	53.48	51.53	

Die Energien in den Spalten A und B sind aus den entsprechenden Einteilchenenergien in Tabelle II berechnet. Die mit x bezeichneten Konfigurationen fallen bei der Kopplung an das $1p_{1/2}(p)$-Loch aus.

Tabelle VIII: Lage, Breite und Stärke der Resonanzen im berechneten $^{12}C(p,2p)$-Wirkungsquerschnitt

Nr.	S(Mev)	Γ(MeV)	z^r	Parameter aus Tabellen I und III
s4	35.57	0.19	0.09	A, a)
	34.90	0.16	0.15	A, b)
	29.80	0.52	0.11	B, a)
s6	45.03	0.04	0.01	A, a)
s7	46.72	0.18	0.02	A, a)
p4	47.63	0.03	0.01	A, a)
p6	48.84	0.09	0.02	A, a)
p7	49.15	0.03	0.01	A, a)
p8	50.25	0.10	0.02	A, a)

Die Numerierung der Resonanzen bezieht sich auf Abb. 11.

Tabelle IX: Lage, Breite und Stärke der Resonanzen im berechneten $^{16}O(p,2p)$-Wirkungsquerschnitt

Nr.	S(MeV)	Γ(MeV)	z^r	Parameter aus Tabellen II und III
s3	28.92	0.15	0.01	A, a)
s5	30.37	0.04	0.02	A, a)
s7	30.95	0.04	0.02	A, a)
s13	38.30	0.63	0.10	A, a)
	37.49	0.25	0.14	A, b)
	33.40	0.55	0.06	B, a)
	35.20	0.45	0.05	
s14	41.40	0.30	0.02	A, a)
p4	42.20	0.10	0.01	A, a)
p6	46.13	0.20	0.01	A, a)
p11	48.77	0.525	0.03	A, a)
p12	49.29	0.28	0.02	A, a)

Die Numerierung der Resonanzen bezieht sich auf Abb. 16.

Bildunterschriften

Abb. 1: Bezeichnung der kinematischen Variabeln in der A(p,2p)-Reaktion. Alle Größen sind auf das Laborsystem bezogen, in dem der Targetkern A ruht. Die Größen E_i sind die relativistischen Gesamtenergien der Teilchen mit Impulsen $\vec{p}_i$ und Massen m_i: $E_i = (\vec{p}_i{}^2c^2 + m_i{}^2c^4)^{1/2}$. W_A^o und W_B sind die negativen Bindungsenergien von Targetkern und Restkern. In einem koplanaren symmetrischen Experiment ist $\phi_1' = \phi_o' + \pi$ und $\theta_o' = \theta_1' \equiv \theta'$ und $E_o' = E_1' \equiv E'$.

Abb. 2: Polgraph für die direkte (p,2p)-Reaktion.

Abb. 3: Die analytische Struktur der zeitgeordneten Greenfunktion des Targetkerns ^{12}C in der komplexen Energieebene. Die Punkte auf der W-Achse markieren die Pole, die durchgezogenen Linien oberhalb bzw. unterhalb der W-Achse die Verzweigungsschnitte der Greenfunktion.

Abb. 4: Die analytische Struktur der zeitgeordneten Greenfunktion des Targetkerns ^{16}O in der komplexen Energieebene (vgl. die Erläuterung zu Abb. 3).

Abb. 5: Goldstone-Graphen für den Massenoperator in erster und zweiter Ordnung (vgl. die Erläuterungen im Text von Abschnitt 3.3).

Abb. 6: Schematischer Verlauf des Diagonalelementes $M^2_{\nu\nu}$ mit der Separationsenergie S(S = -W). Resonanzen in der Spektralfunktion treten bei den Energien auf, die den Schnittpunkten 1, 2 und 3 entsprechen.

Abb. 7: Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ für ^{12}C als Funktion der Separationsenergie S, berechnet mit den Potentialparametern A aus Tabelle I und der Wechselwirkung a) aus Tabelle III. Die unterstrichenen Zahlen entsprechen der Numerierung der BSEC in Tabelle IV. Die Zahlen an den Schnittpunkten der Geraden $f(S) = -\varepsilon_{1s_{1/2}(p)} - S$ mit Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ beziehen sich auf die Numerierung der Resonanzen im Wirkungsquerschnitt (vgl. Abb. 11).

Abb. 8: Im $M_{1s_{1/2}(p)}$ für ^{12}C als Funktion der Separationsenergie S (vgl. die Erläuterungen zu Abb. 7).

Abb. 9: Re $M_{1p_{3/2}(p)}$ für ^{12}C als Funktion der Separationsenergie S (vgl. die Erläuterungen zu Abb. 7; die unterstrichenen Zahlen entsprechen den BSEC in Tab. V).

Abb. 10: Im $M_{1p_{3/2}(p)}$ für ^{12}C als Funktion der Separationsenergie S (vgl. die Erläuterungen zu Abb. 7 und 9).

Abb. 11: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{12}C(p,2p)^{11}B$ für T_o = 460 MeV und Θ' = 45° (koplanare symmetrische Geometrie), berechnet mit den Potentialparametern A aus Tabelle I und der Wechselwirkung a) aus Tabelle III. Die Numerierung der Resonanzen bezieht sich auf die Zahlen an den Schnittpunkten in Abb. 7 (s) und Abb. 9 (p).

Abb. 12: Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ für ^{16}O als Funktion der Separationsenergie S, berechnet mit den Potentialparametern A aus Tabelle II und der Wechselwirkung a) aus Tabelle III. Die unterstrichenen Zahlen entsprechen der Numerierung der BSEC in Tabelle VI. Die Zahlen an den Schnittpunkten der Geraden $f(S) = -\varepsilon_{1s_{1/2}(p)} - S$ mit Re $M_{1s_{1/2}(p)}$ beziehen sich auf die Numerierung der Resonanzen im Wirkungsquerschnitt (vgl. Abb. 16).

Abb. 13: Im $M_{1s_{1/2}(p)}$ für ^{16}O als Funktion der Separationsenergie S (vgl. die Erläuterungen zu Abb. 12).

Abb. 14: Re $M_{1p_{3/2}(p)}$ für ^{16}O als Funktion der Separationsenergie S (vgl. die Erläuterungen zu Abb. 12; die unterstrichenen Zahlen entsprechen den BSEC in Tabelle VII).

Abb. 15: Im $M_{1p_{3/2}(p)}$ für ^{16}O als Funktion der Separationsenergie S (vgl. die Erläuterungen zu Abb. 12 und 14).

Abb. 16: Differentieller Wirkungsquerschnitt der Reaktion $^{16}O(p,2p)^{15}N$ für T_o = 460 MeV und Θ' = 45° (koplanare symmetrische Geometrie), berechnet mit den Potentialparametern A aus Tabelle II und der Wechselwirkung a) aus Tabelle III. Die Numerierung der Resonanzen bezieht sich auf die Zahlen an den Schnittpunkten in Abb. 12 (s) und Abb. 14 (p).

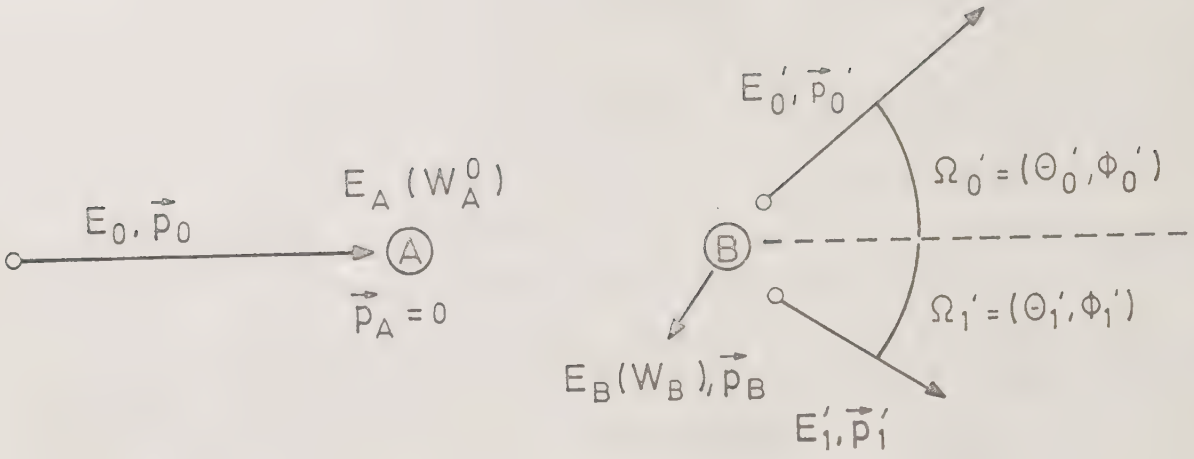

$E_0, \vec{p}_0$
$E_A\,(W_A^0)$
A
$\vec{p}_A = 0$
$E_0', \vec{p}_0'$
$\Omega_0' = (\Theta_0', \Phi_0')$
B
$\Omega_1' = (\Theta_1', \Phi_1')$
$E_B(W_B), \vec{p}_B$
$E_1', \vec{p}_1'$

Abb. 1

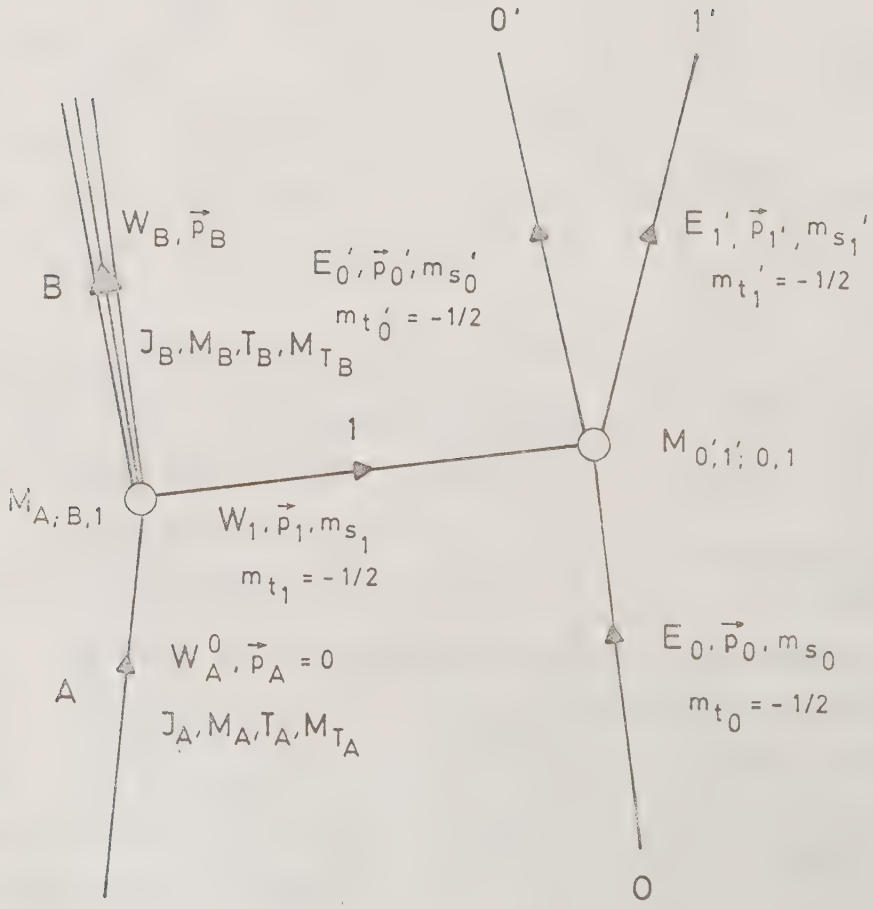

0'
1'
$W_B, \vec{p}_B$
B
$E_0', \vec{p}_0', m_{s_0}'$
$m_{t_0}' = -1/2$
J_B, M_B, T_B, M_{T_B}
$E_1', \vec{p}_1', m_{s_1}'$
$m_{t_1}' = -1/2$
1
$M_{0',1';\,0,1}$
$M_{A;\,B,1}$
$W_1, \vec{p}_1, m_{s_1}$
$m_{t_1} = -1/2$
$E_0, \vec{p}_0, m_{s_0}$
$m_{t_0} = -1/2$
$W_A^0, \vec{p}_A = 0$
A
J_A, M_A, T_A, M_{T_A}
0

Abb. 2

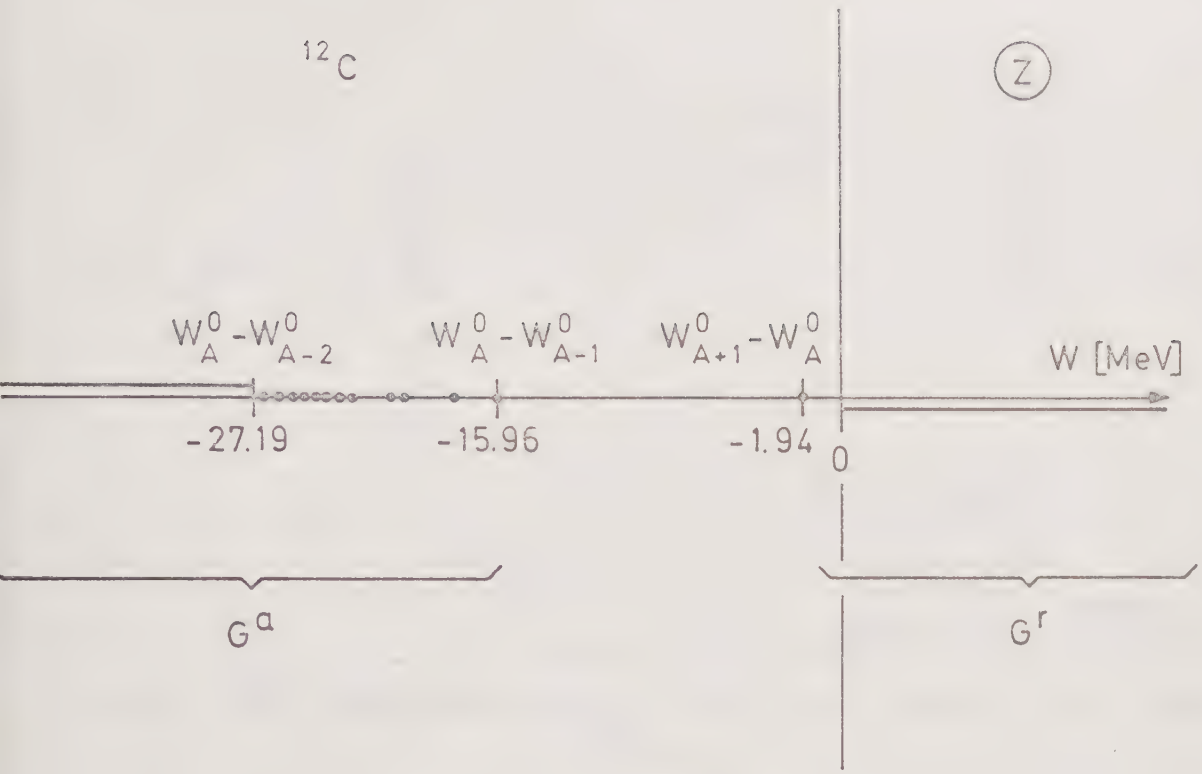


Abb. 3

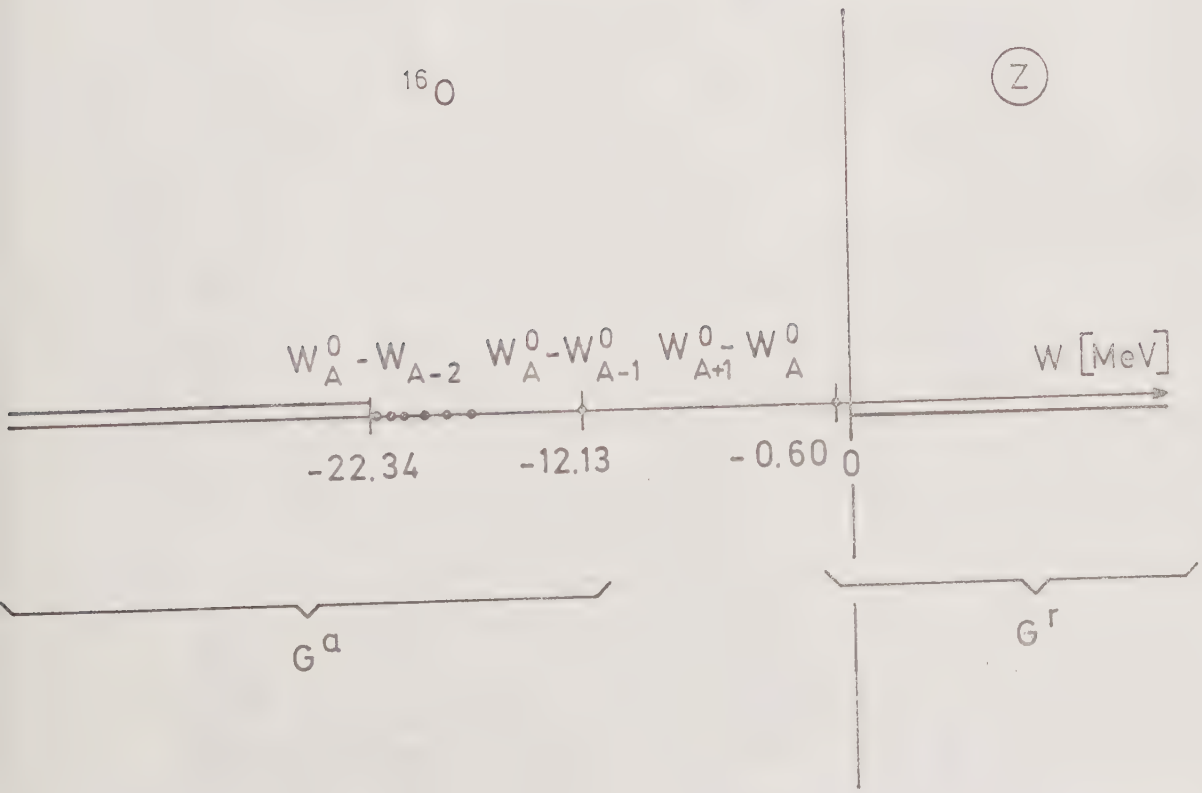
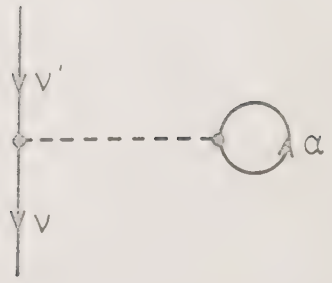
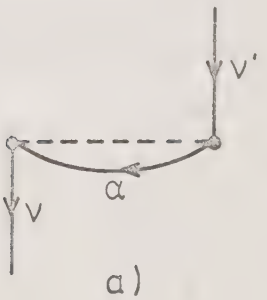


Abb. 4

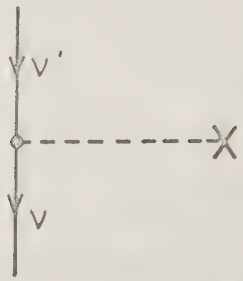
$M^1_{\nu\nu'}$:

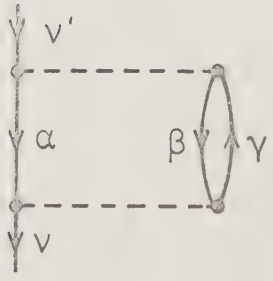


a)

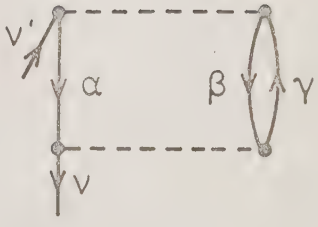


b)



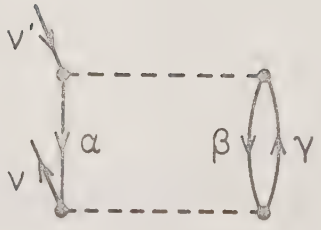


c)

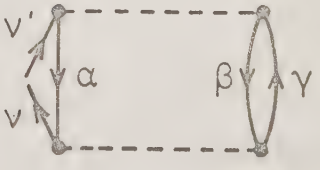


d)

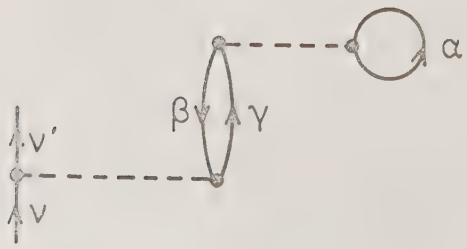
$M^2_{\nu\nu'}$:



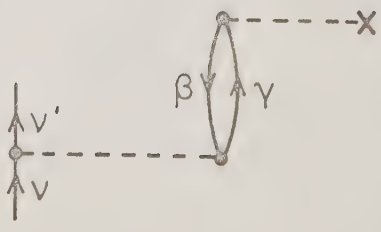
e)



f)



g)



h)

Abb. 5

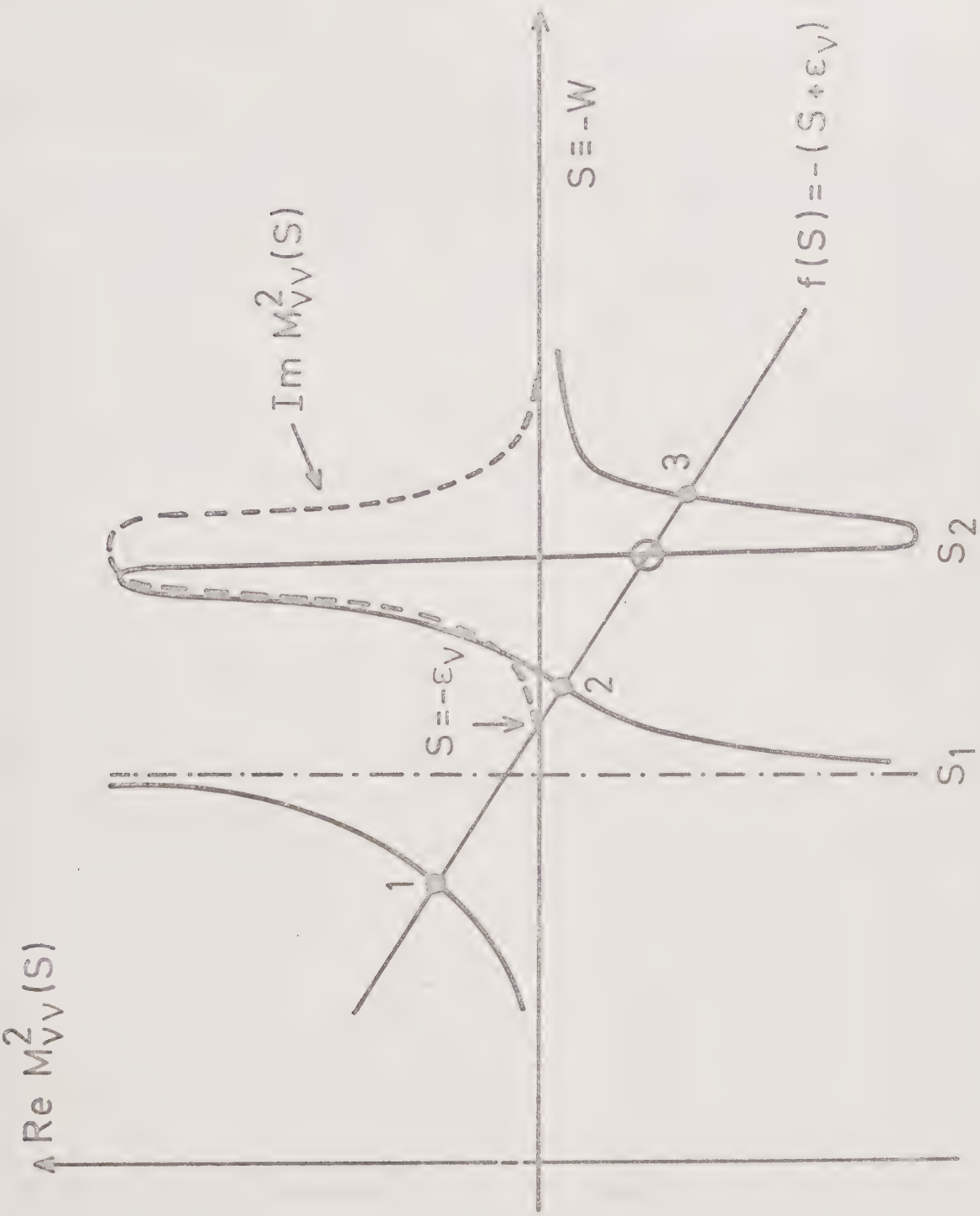


Abb. 6

Abb. 7

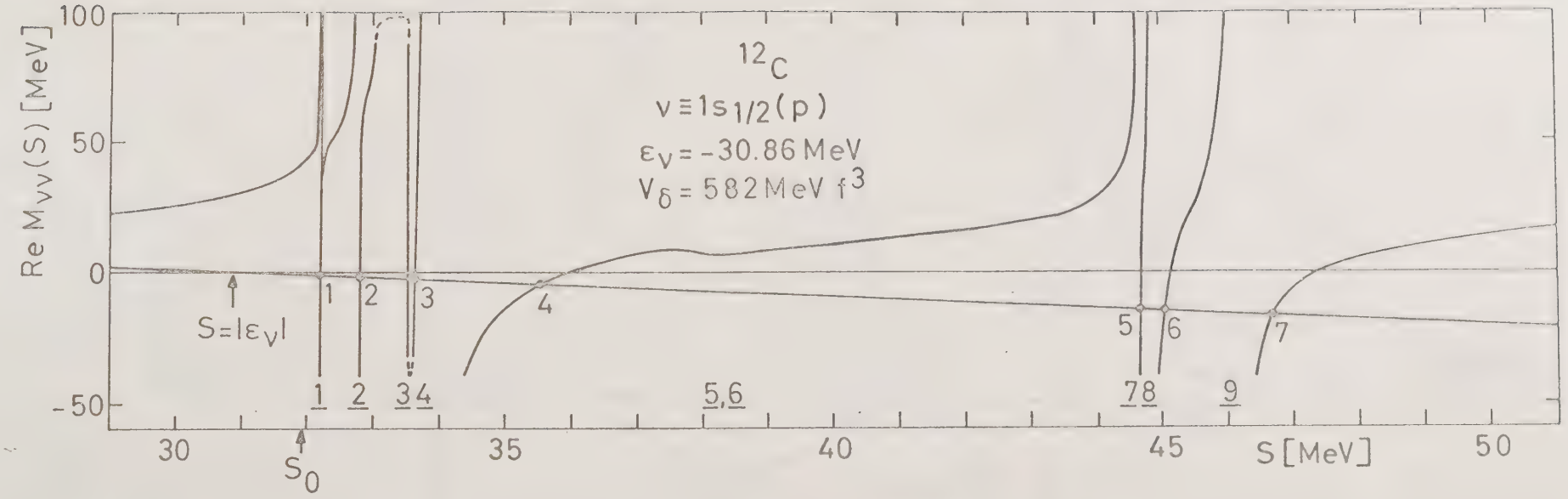

Re $M_{\nu\nu}(S)$ [MeV]
100
50
0
-50
^{12}C
$\nu \equiv 1s_{1/2}(p)$
$\varepsilon_\nu = -30.86$ MeV
$V_\delta = 582$ MeV f^3
$S = |\varepsilon_\nu|$
1
2
3
4
5
6
7
1
2
3 4
5,6
7 8
9
30
35
40
45
50
S [MeV]
S_0

Abb. 8

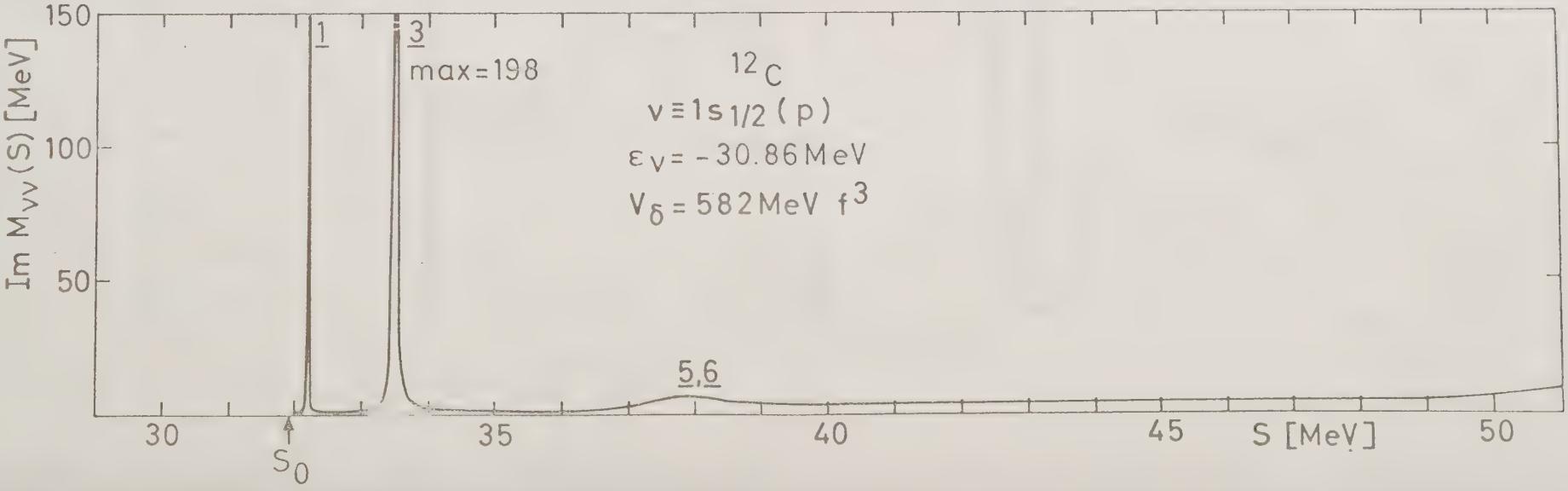

Im $M_{\nu\nu}(S)$ [MeV]
150
100
50
1
3
max=198
^{12}C
$\nu \equiv 1s_{1/2}(p)$
$\varepsilon_\nu = -30.86$ MeV
$V_\delta = 582$ MeV f^3
5,6
30
35
40
45
50
S [MeV]
S_0

Abb. 9

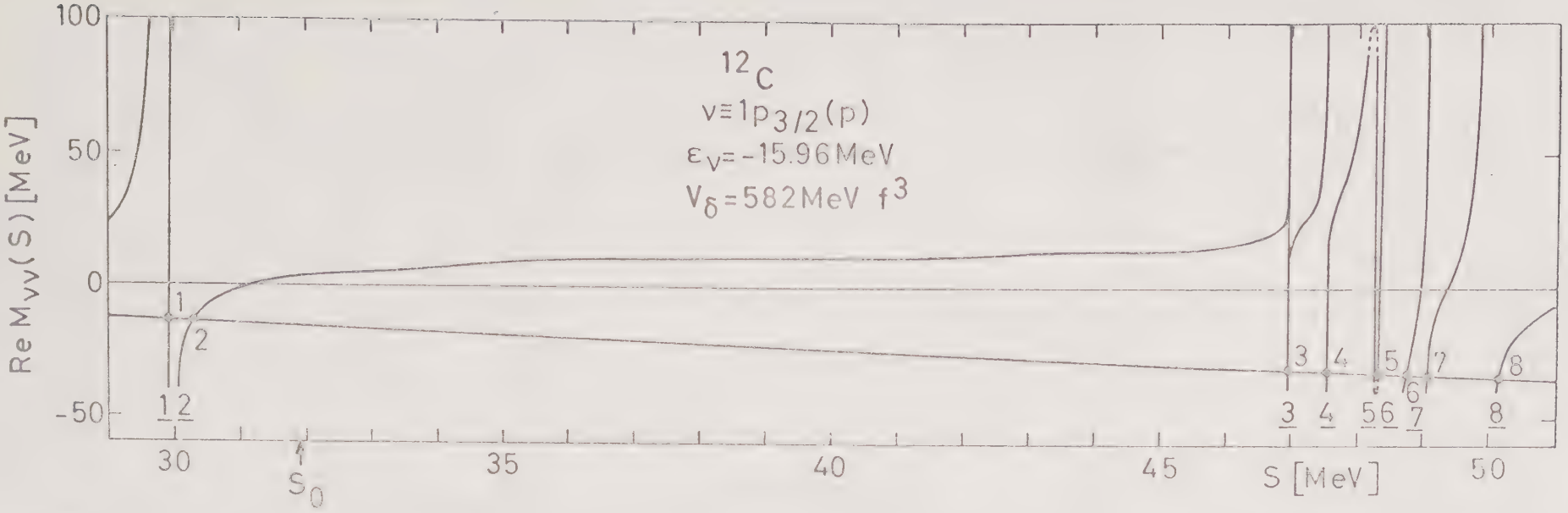

^{12}C
$\nu \equiv 1p_{3/2}(p)$
$\varepsilon_\nu = -15.96\,MeV$
$V_\delta = 582\,MeV\ f^3$
Re $M_{\nu\nu}(S)$ [MeV]
100
50
0
-50
1
2
3
4
5
6
7
8
30
35
40
45
50
S_0
S [MeV]

Abb. 10

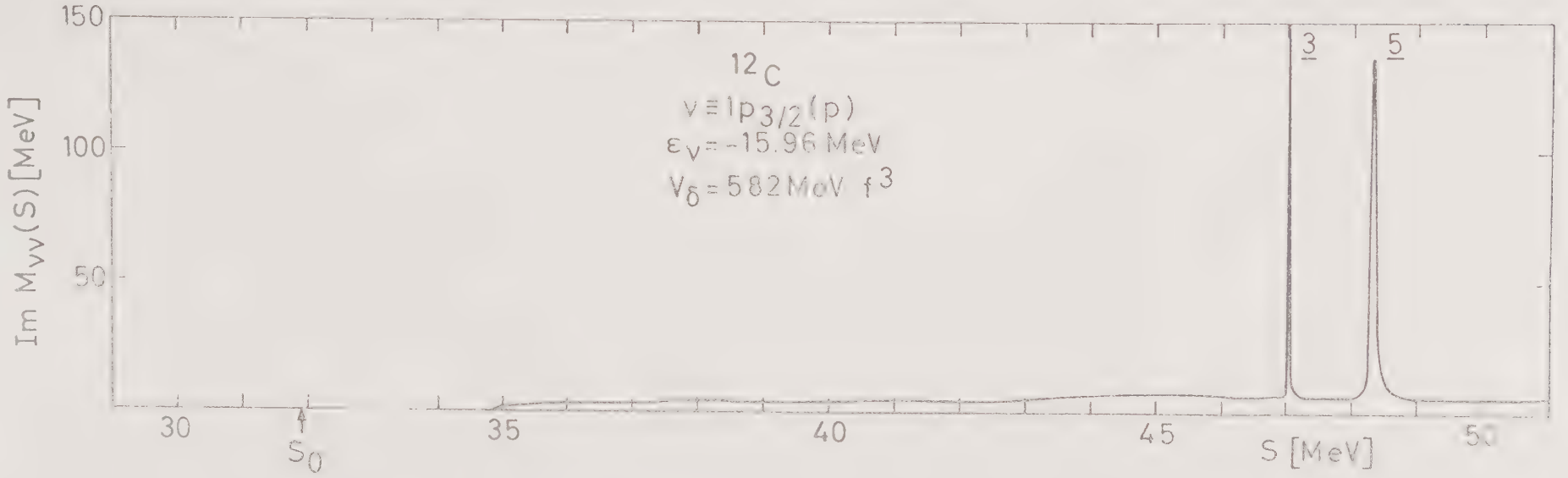
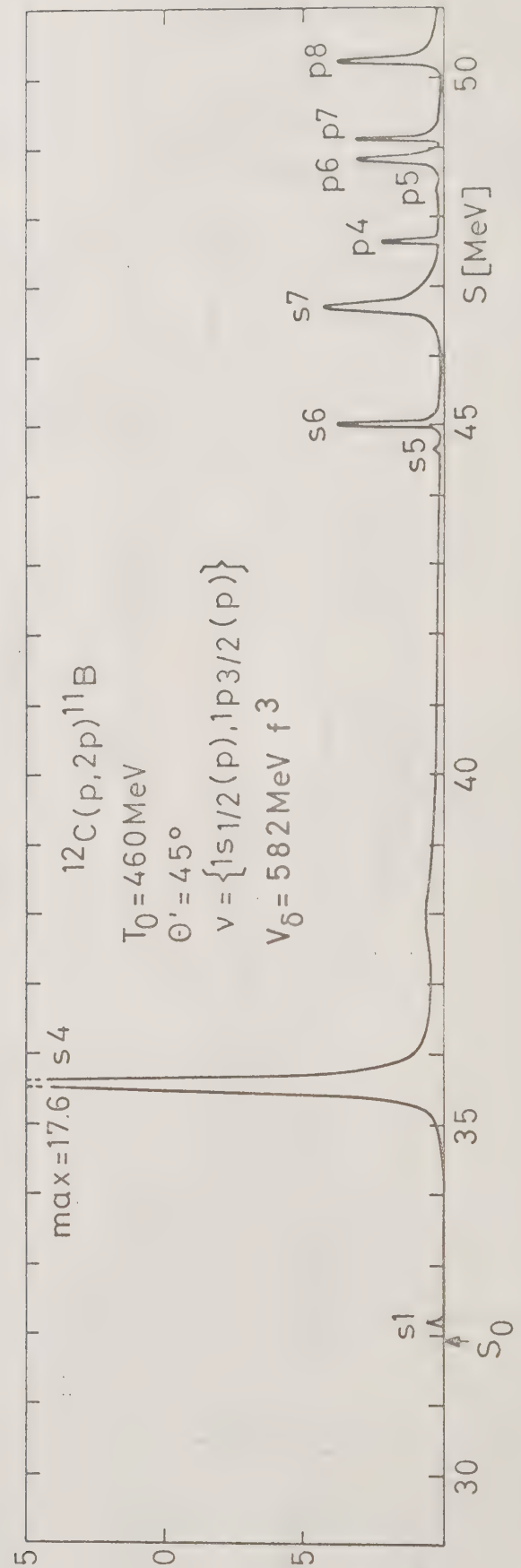

^{12}C
$\nu \equiv 1p_{3/2}(p)$
$\varepsilon_\nu = -15.96\,MeV$
$V_\delta = 582\,MeV\ f^3$
Im $M_{\nu\nu}(S)$ [MeV]
150
100
50
3
5
30
35
40
45
50
S_0
S [MeV]

Abb. 11


$\frac{d^6\sigma}{d\epsilon_0 d\Omega_0 d\epsilon_i d\Omega_i}$ [$\frac{mb}{MeV^2 sr^2}$]
15
10
5
30
35
40
45
50
S[MeV]
S_0
s1
max=17.6
s4
s5
s6
s7
p4
p5
p6
p7
p8
$^{12}C(p,2p)^{11}B$
T_0=460MeV
Θ'=45°
$v=\{1s_{1/2}(p),1p_{3/2}(p)\}$
V_δ=582MeV f^3

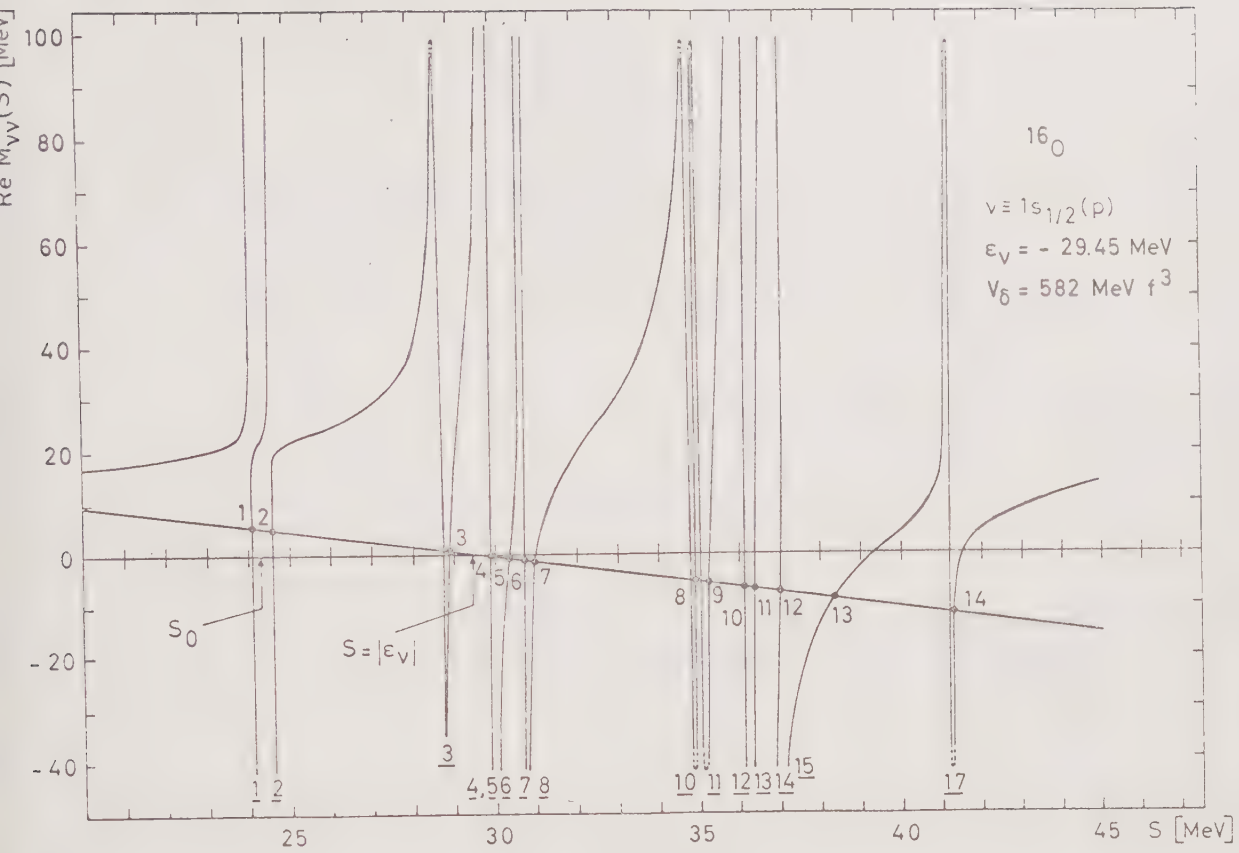

Re $M_{vv}(S)$ [MeV]
100
80
60
40
20
0
- 20
- 40
25
30
35
40
45
S [MeV]
^{16}O
$v \equiv 1s_{1/2}(p)$
$\varepsilon_v = -29.45$ MeV
$V_\delta = 582$ MeV f^3
S_0
$S = |\varepsilon_v|$
1 2
3
4,5,6,7,8
10 11 12 13 14 15
17

Abb. 12

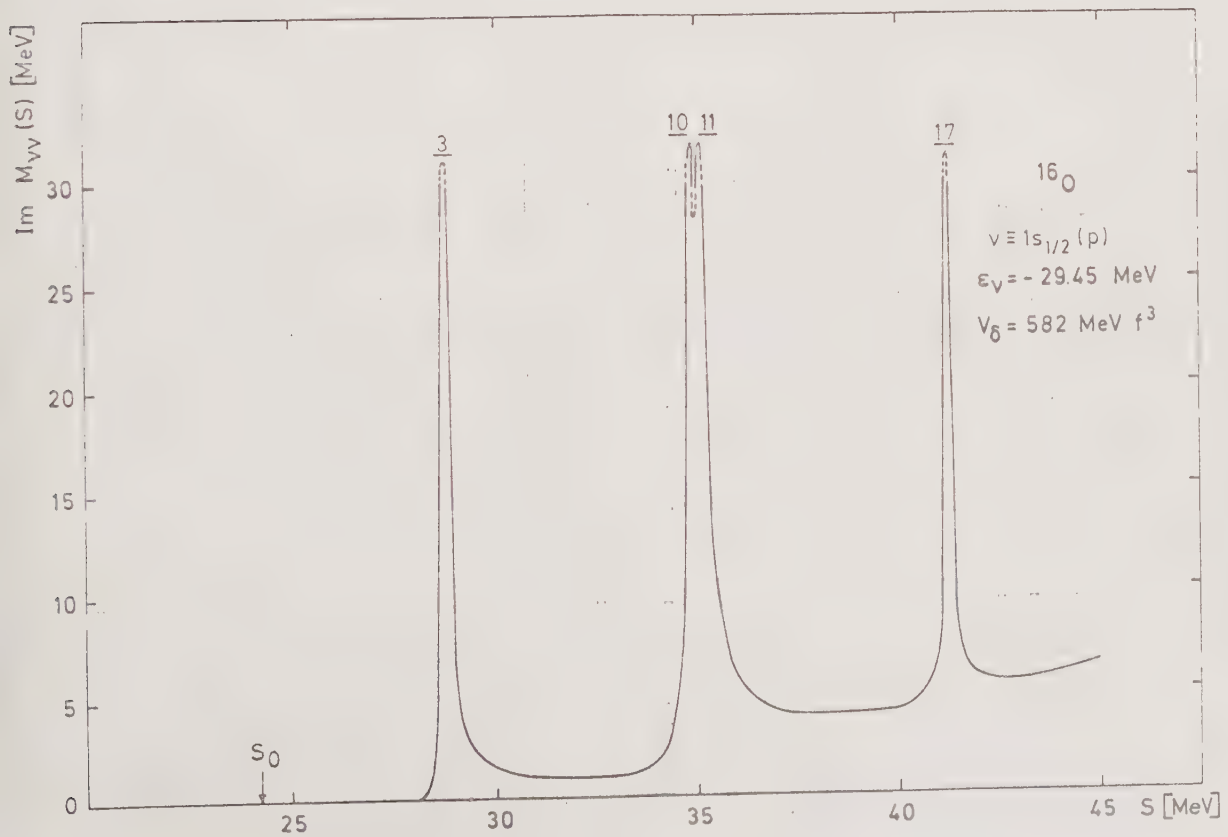

Im $M_{vv}(S)$ [MeV]
30
25
20
15
10
5
0
25
30
35
40
45
S [MeV]
^{16}O
$v \equiv 1s_{1/2}(p)$
$\varepsilon_v = -29.45$ MeV
$V_\delta = 582$ MeV f^3
S_0
3
10 11
17

Abb. 13

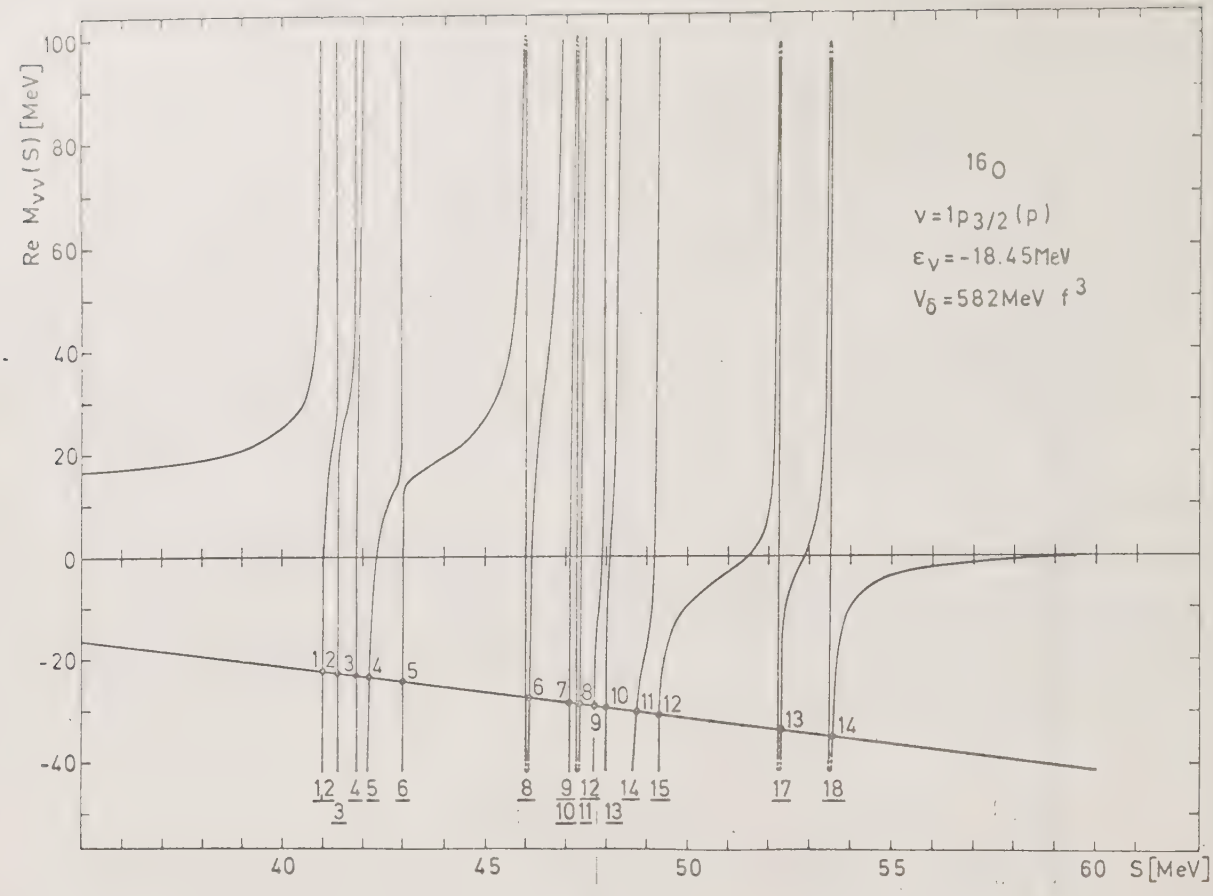

Re $M_{vv}(S)$ [MeV]
100
80
60
40
20
0
-20
-40
40
45
50
55
60
S[MeV]
^{16}O
$v = 1p_{3/2}(p)$
$\varepsilon_v = -18.45$MeV
$V_\delta = 582$MeV f^3
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
1 2 3 4 5 6 8 9 10 11 12 13 14 15 17 18

Abb. 14

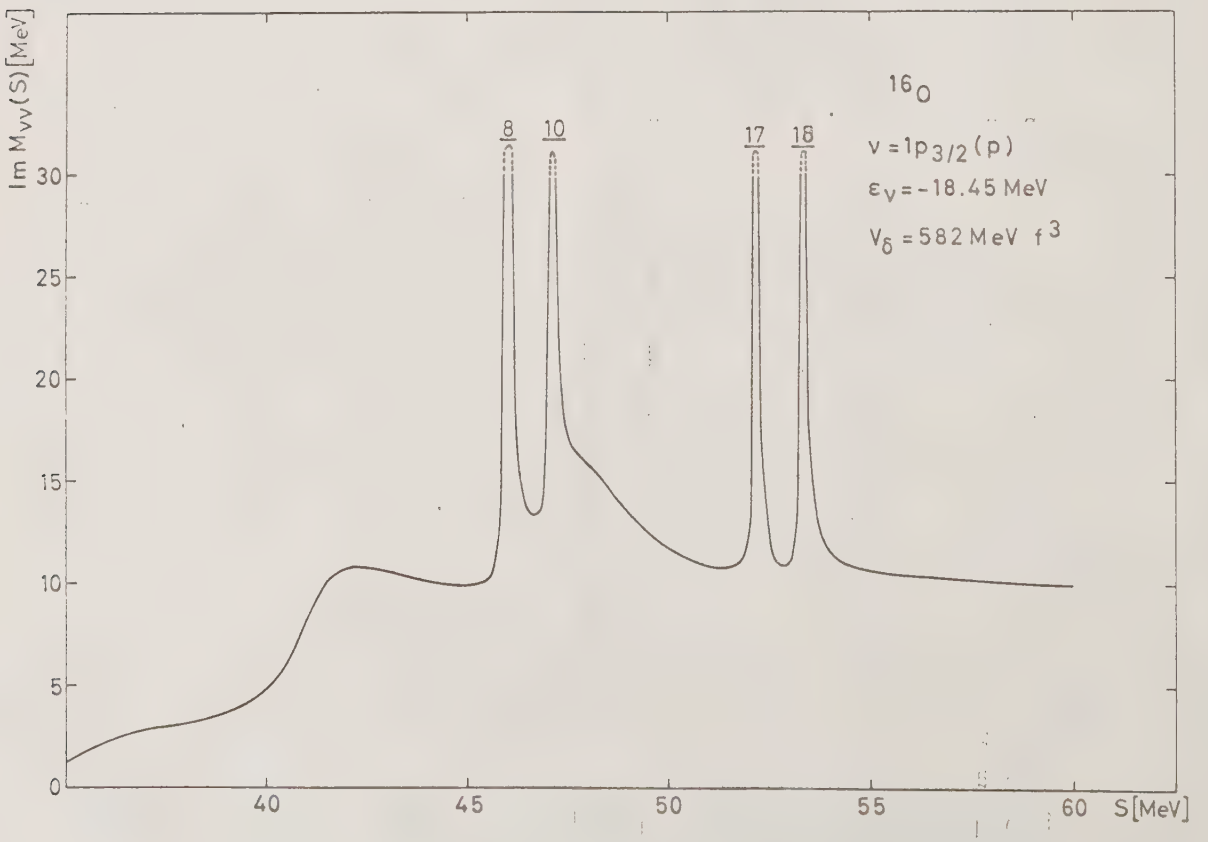

Im $M_{vv}(S)$ [MeV]
30
25
20
15
10
5
0
40
45
50
55
60
S[MeV]
^{16}O
$v = 1p_{3/2}(p)$
$\varepsilon_v = -18.45$ MeV
$V_\delta = 582$ MeV f^3
8 10 17 18

Abb. 15

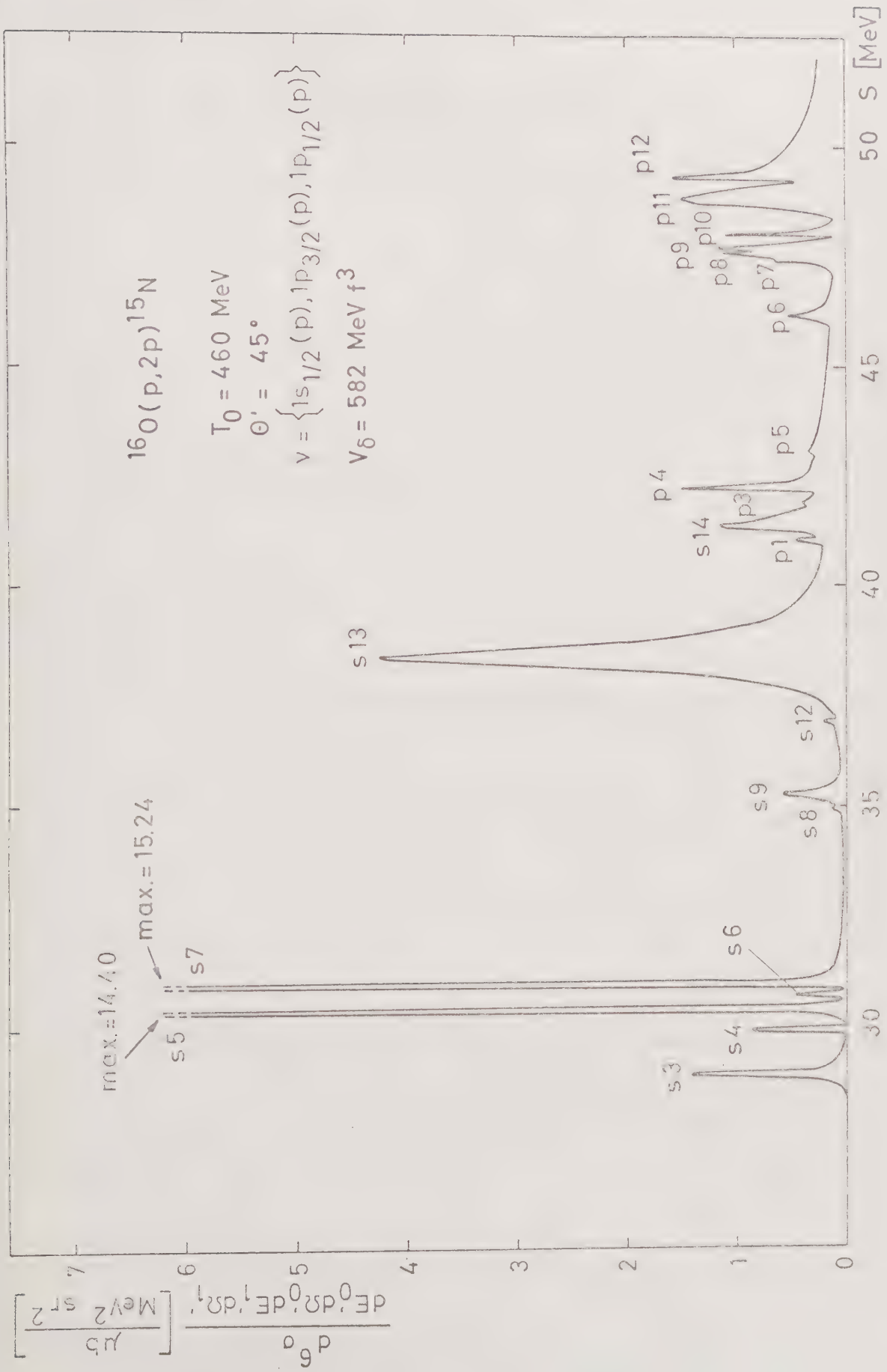

$^{16}O(p,2p)^{15}N$
$T_0 = 460$ MeV
$\Theta' = 45°$
$\nu = \{1s_{1/2}(p), 1p_{3/2}(p), 1p_{1/2}(p)\}$
$V_6 = 582$ MeV f^3
max.=14.40
max.=15.24
s3
s4
s5
s6
s7
s8
s9
s12
s13
s14
p1
p3
p4
p5
p6
p7
p8
p9
p10
p11
p12
S [MeV]
$\frac{d^6\sigma}{dE_0 d\Omega_0 dE_1 d\Omega_1}$ $\left[\frac{\mu b}{MeV^2\ sr^2}\right]$

Abb. 16

Literaturverzeichnis

1) D. H. E. Gross und R. Lipperheide
Nucl. Phys. A150 (1970) 449

2) G. Jacob und Th. A. J. Maris
Rev. Mod. Phys. 38 (1966) 121

3) T. Berggren und H. Tyrén
Ann. Rev. Nucl. Sci. 16 (1966) 153

4) M. Riou und Ch. Ruhla
"Nuclear Structure Studies by (p,2p) Reactions"
in Progress in Nuclear Physics, Vol. 11, Pergamon
Press, Oxford 1970, p. 195

5) U. Amaldi, Jr.
Suppl. Nuovo Cim. I5 (1967) 1225

6) G. J. Wagner
Habilitationsschrift Universität Heidelberg (1970),
MPI H-1970-V8

7) E. F. Redish, G. J. Stephenson, Jr. und G. M. Lerner
Phys. Rev. C2 (1970) 1665

8) K. Dietrich
Phys. Letters 2 (1962) 139

9) T. Berggren
Nucl. Phys. 72 (1965) 337

10) H. Tyrén, S. Kullander, O. Sundberg, R. Ramachandran,
P. Isacsson und T. Berggren
Nucl. Phys. 79 (1966) 321

11) H. S. Köhler
Nucl. Phys. 88 (1966) 529

12) V. E. Herscovitz, G. Jacob und Th. A. J. Maris
Nucl. Phys. A109 (1968) 478

13) V. E. Herscovitz
Nucl. Phys. A161 (1971) 321

C. Mahaux und H. A. Weidenmüller
Shell-Model Approach to Nuclear Reactions,
North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1969

M. Baranger
Nucl. Phys. A149 (1970) 225

I. S. Shapiro
"Dispersion Theory of Direct Nuclear Reactions"
in Selected Topics in Nuclear Theory, IAEA, Wien 1963

D. J. Thouless
Quantenmechanik der Vielteilchensysteme,
Bibliographisches Institut, Mannheim 1964

P. Nozières
Theory of Interacting Fermi Systems,
W. A. Benjamin, New York 1964

A. L. Fetter und J. D. Walecka
Quantum Theory of Many-Particle Systems,
McGraw-Hill, New York 1971

G. E. Brown
Unified Theory of Nuclear Models and Forces,
North-Holland Publishing Company, Amsterdam 1967

N. Newby, Jr. and E. J. Konopinski
Phys. Rev. 115 (1959) 434

R. G. Newton
Scattering Theory of Waves and Particles,
McGraw-Hill, New York 1966

A. Erdélyi (ed.)
Tables of Higher Integral Transforms, Vol. II,
McGraw-Hill, New York 1954

M. Abramowitz und I. A. Stegun (ed.)
Handbook of Mathematical Functions,
Dover Publ. Inc., New York 1967

W. Magnus, F. Oberhettinger und R. P. Soni
Formulas and Theorems for the Special Functions of
Mathematical Physics, Springer-Verlang, Berlin 1966

26) J. Raynal, M. A. Melkanoff und T. Sawada
Nucl. Phys. A101 (1967) 369

27) W. Ebenhöh, W. Glöckle, J. Hüfner und
H. A. Weidenmüller
Z. Phys. 202 (1967) 301

28) G. E. Brown, L. Castillejo und J. A. Evans
Nucl. Phys. 22 (1961) 1

29) R. H. Lemmer und C. M. Shakin
Ann. Phys. 27 (1964) 13

30) I. Lovas
Nucl. Phys. 81 (1966) 353

31) M. Marangoni und A. M. Saruis
Nucl. Phys. A132 (1969) 649

32) J. D. Perez und W. M. McDonald
Phys. Rev. 182 (1969) 1066

33) G. Landaud, J. Yonnet, S. Kullander, F. Lemeilleur,
P. U. Renberg, B. Fagerström, A. Johansson und G. Tibell
CERN-Preprint Februar 1971

34) G. E. Brown, J. A. Evans und D. J. Thouless
Nucl. Phys. 45 (1963) 164

Diese Arbeit wurde in der Theoretischen Abteilung des Sektors Kernphysik am Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung Berlin ausgeführt.

Bei ihrer Anfertigung haben mich unterstützt:

J. Eichler, D. H. E. Groß, I. Lang, E. Rutetzki, A. Valentien, J. Würz, die Operateure der S4004-Rechenmaschine im Sektor Mathematik des HMI und vor allem R. Lipperheide.

Ihnen allen sei hier herzlich gedankt.

L e b e n s l a u f

Am 21. Dezember 1941 wurde ich als Sohn des Ingenieurs Herbert Wille und seiner Ehefrau Luise, geb. Hufenbach, in Posen geboren. Vom Frühjahr 1948 bis zum Herbst 1951 besuchte ich die Volksschule in Mohrkirch-Osterholz (Landkreis Schleswig) und anschließend ein weiteres halbes Jahr eine Volksschule in Oldenburg (Oldenburg). Im Frühjahr 1952 wechselte ich zum Alten Gymnasium in Oldenburg, an dem ich im Februar 1961 das Abitur ablegte.

Nach Ableistung von 15 Monaten Grundwehrdienst in der Bundeswehr begann ich im Wintersemester 1962/63 mit dem Physikstudium an der Freien Universität Berlin, wo ich im November 1964 das Vordiplom ablegte. Anschließend studierte ich weitere vier Semester an der Freien Universität und wurde im September 1966 Diplomand bei Prof. J. Eichler am Hahn-Meitner-Institut für Kernforschung, Sektor Kernphysik, in Berlin. Im Juli 1968 legte ich mit einer Arbeit über "Oktupoldeformationen im kollektiven Kernmodell" das Diplomexamen in Theoretischer Physik ab. Danach blieb ich als Doktorand bei Prof. Eichler. Seit April 1969 bin ich wissenschaftlicher Assistent im Fachbereich Physik der Freien Universität. Während meiner Doktorandenzeit habe ich mich neben den Arbeiten für die Dissertation mit Problemen der Kernspaltung beschäftigt sowie Lehraufgaben an der Freien Universität wahrgenommen.